

プレチャレンジ 12月 問題 (力学)

2012年 12月

1. 地球上で、質量 m の質点が初速度 0 で自由落下する時、重力は mg と書かれ、 t 秒後の質点の速さ v 、落下距離 h は次のように書かれることは良く知られている：

$$v = gt, \quad (1)$$

$$h = \frac{1}{2}gt^2. \quad (2)$$

ところで、ここに使われている重力加速度 g はどのような起源を持ち、値はどの様に決まっているのだろう。以下そのことを見てゆこう。

実は、それぞれ質量 m_1, m_2 を持つ2つの質点間に働く万有引力がその起源である。2つの質点の間の距離が r である時、それらの質点間には万有引力により次のような大きさの重力 F (引力) が働く：

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}. \quad (3)$$

ここで G は万有引力定数と呼ばれ、

$$G = 6.673 \times 10^{-11} [\text{Nm}^2/\text{kg}^2], \quad (4)$$

の値を持つ。

- (a) 万有引力の法則をもとに、重力加速度 g の値がどのような値を取るか考えよう。今、地球の質量がすべてその中心に集まっているとして、地上での重力加速度の大きさ g の値を有効数字3桁まで求めよ。ただし、地球上の質点に働く重力は地球と質点間の万有引力のみとする。また、地球の質量は $M = 5.974 \times 10^{24} [\text{kg}]$ 、半径を $R = 6.378 \times 10^6 [\text{m}]$ とする。
2. (2012年度第1チャレンジ出題問題)
- 水平とのなす角度が $\theta (0 < \theta < 90^\circ)$ の斜面上に、質量 M の物体 A をおいた。物体 A と質量 m の物体 B を軽いひもでつなぎ、斜面上部の軽い定滑車を通して物体 B をつり下げた。物体 A と物体 B を軽く手で支えて静止させる。
- (a) 斜面と物体 A の間に摩擦がない場合を考える。手を静かにはなしたとき、物体 B が落下する条件を求めよ。
- (b) 斜面と物体 A の間に摩擦がある場合を考える。斜面と物体 A の間の静止摩擦係数は μ_0 、動摩擦係数は μ である。手を静かにはなしたとき、物体 B が落下する条件を求めよ。