

物理チャレンジ 2014

実験問題

2014年8月21日(木)

- | | | | |
|--------------|-------|---|-------|
| ○ 諸注意・実験器具確認 | 8:30 | ～ | 8:40 |
| ○ 実験問題にチャレンジ | 8:40 | ～ | 13:20 |
| ○ 実験器具後片付け | 13:20 | ～ | 13:30 |

実験問題にチャレンジを始める前に下記の**注意事項**をよく読むこと。

注意事項

1. 開始の合図があるまでは、机の上の問題冊子、解答用紙、実験器具箱を開けないこと。
2. 監督者の指示があったら解答用紙の全てのページの所定の箇所にチャレンジ番号と氏名を記入せよ。
3. チャレンジ開始後、次ページ以降に記載の**実験で使用する部品の項をよく読み、すべての部品を確認したうえで課題**に取り組むこと。
4. 実験結果や計算結果、式の導出など、評価の対象とすべき内容は、解答用紙の所定の場所に記入すること。下書き用紙は回収しない。解答はすべて解答用紙に記入せよ。
5. 持参した筆記用具と、与えられた実験装置、部品、定規、電卓以外は使用してはならない。ただし、電卓は持参したものを使用してよい。
6. 実験中に部品を壊した場合には、1回だけ新しいものと交換できる。希望する場合は手をあげて監督者に申し出ること。2回以上同じ部品を壊した場合でも新品と交換できるが、減点対象となる。ただし、数には限りがあるので交換できないこともある。
7. チャレンジ開始後から12:00まではチャレンジを終了(放棄)することはできない。
8. チャレンジ時間中に気分が悪くなった時やトイレに行きたくなった時、あるいは質問がある時、チャレンジを終了する際には、手をあげて監督者に知らせること。
9. 終了の合図があったらすみやかに解答をやめ、解答用紙を机の右側におくこと。その後、実験器具を元通り箱に納めること。さらに、机上に貼られたチャレンジ番号と氏名が書かれた紙をはがして箱に入れること。問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってよい。
10. ブースの仕切り壁は借用品である。汚したり、破損したりしないよう十分注意すること。

表 1 実験で使用する器具・部品等一覧

机上の物品を点検し、以下の器具・部品があることを確かめよ。(5)以下は箱に収納されている。

品 名	数量	検品
(1) デジタルマルチメータ (大) マザーツール製 MT-4510	1 個	
(2) デジタルマルチメータ (小) METEX 製 P-10	1 個	
(3) ビースピ (速さ測定器)	1 個	
(4) ストップウォッチ	1 個	
(5) アルミフレーム (滑車, フック付き) (収納時は脚をはずしてある)	1 個	
(6) 木製平板 (1) (45 mm×600 mm×12 mm)	1 個	
(7) 木製平板 (2) (45 mm×600 mm×10 mm)	1 個	
(8) 木製平板 (3) (110 mm×160 mm×15 mm)	1 個	
(9) 木製ブロック (45 mm×45 mm×45 mm)	1 個	
(10) 木製角板 (50 mm×50 mm×15 mm)	5 個	
(11) プラスチックレール	1 個	
(12) 透明パイプ (直径 38 mm×330 mm 肉厚 0.5 mm)	1 個	
(13) 鏡 (50 mm × 300 mm) 取り扱い注意	1 個	
(14) 鋼球 (直径 22 mm)	1 個	
(15) アルミ円柱 (直径 20 mm×50 mm)	1 個	
(16) 錘 (おもり) (約 82g×2, 約 37g×1, 約 18g×1, 約 8g×1) 個別に記載	1 組	
(17) つるまきばね 8 mm 径×50 mm 長	5 個	
(18) S 字環 ((25)工具セットに同梱)	1 個	
(19) 金属鉤 (かぎ) ((25)工具セットに同梱)	2 個	
(20) 糸 (ボビン) 1 巻 ((23)文具セットに同梱)	1 個	
(21) クッション (小) (約 50 mm×50 mm×10mm)	3 個	
(22) クッション (大) (約 100 mm×100 mm×10mm)	1 個	
(23) 文具セット(セロハンテープ1,*両面テープ1, 輪ゴム20,*はさみ1, ピンセット1, 糸1巻, 風船2)	1 式	
(24) *定規	1 本	
(25) 工具セット (6角レンチ(5mm,4mm,3mm)各1, スパナ1, S字環1, 金属鉤2)	1 式	
(26) 雑貨 (アクリルブロック 2, ギフトタイ(大)9, ギフトタイ(小)9, モール 1, ラベルシール 1, カラーシール1,ゼムクリップ 6, バインダクリップ2, たこ糸2m)	1 式	
(27) 課題 1 セットの内容は以下の通り (A4 サイズのポリ袋入り (27-3 を除く))		
(27-1) 永久磁石セット (中心の磁場(磁束密度)は 0.190 T)	1 個	
(27-2) 敷板 (木製 150 mm×150 mm×5.5 mm)	1 個	
(27-3) 全周分度器 (2 式印刷した A4 用紙) 箱底のクリアホルダーに収納	1 枚	
(27-4) ホールプローブ (半導体試料, ケーブル付)	1 個	
(27-5) プローブ固定板 (アルミ L 字金具, 半透明の輪ゴム付)	1 個	
(27-6) 測定回路盤 (脚付, 電池ホルダー付)	1 個	
(27-7) 単 2 乾電池	2 個	
(27-8) ケーブル A (バナナ-バナナ)	2 本	
(27-9) ケーブル B (バナナ-ワニ口)	2 本	

*実験課題 1, 2 で共通に用いる器具・物品

実験課題 1 ホール効果

磁場中を運動する荷電粒子にローレンツ力が働くことはよく知られている。同様に磁場中に置かれた固体中の電子や正孔（付録 1 を参照のこと）にもローレンツ力が働くが、これはホール効果として実験的に観測できる。本課題では、半導体が示すホール効果の実験にチャレンジしてもらいたい。以下の説明をよく読んで測定を行い、設問に答えなさい。

図 0 のような幅 w [m]、厚さ t [m] の断面をもち、長さ l [m] の一様な電気伝導体（以後、試料と呼ぶ）を考える。例として金属の場合を考える。長さ方向に x 軸、幅方向に y 軸、厚さ方向に z 軸をとり、試料には x 軸正方向（以後、 $+x$ 方向）に一定の電流 I_x [A] が流れているものとする。なお、試料内部の I_x の分布は一様であるものとする。ここで $+z$ 方向に電流と垂直な向きに磁場（磁束密度） B [T(テスラ)] をかける。すると負電荷をもつ伝導電子は $-y$ 方向にローレンツ力を受け、磁場が印加された直後には $+y$ 方向の電流 I_y [A] が発生する。その結果、電子が図 0 左の xz 面 ($y=0$) に沿って蓄積し、対向する右の xz 面 ($y=w$) には電気的中性を保つため等量の正電荷が蓄積するので $-y$ 方向に電場が生じる。定常状態では、電流 I_y を運ぶ電子がこの電場から受けるクーロン力と磁場から受けるローレンツ力が釣りあうから I_y はゼロとなる。

このように電流が流れている電気伝導体に磁場を加えたとき電流と磁場いずれにも垂直な方向に生じる電場をホール電場 E_H [V/m] とよび、ホール電場の方向に電流が流れない条件下で電気伝導体の両端に発生する電圧 ($y=0$ 面を基準とした $y=w$ 面の電位) をホール電圧 V_H [V] とよぶ。

本実験では、電気伝導体として半導体を取りあげる。試料の $+x$ 方向に電圧 V_x [V] を印加して電流 I_x を供給し、磁場 $B (= 0.190 \text{ T})$ の永久磁石によって $+z$ 方向に一様な磁場を印加する。さらに試料 y 方向の両端に設けた電極を利用して V_H を測定し、電気的性質を調べる。

一般に、半導体には n 型と p 型の 2 種類がある（付録 1 参照）。それぞれ電流を担う主体（キャリア）がそれぞれ電子（電荷 $-e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ）あるいは正孔（電子と逆符号で同じ大きさの電荷をもつ）であることから区別される。

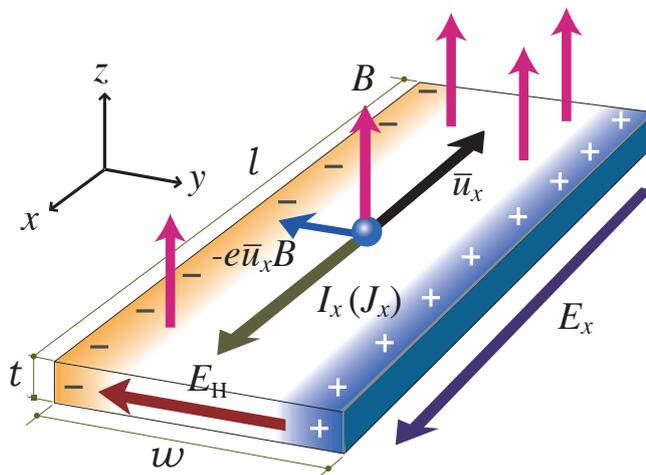


図 0 ホール効果の原理。
(キャリアが電子の場合)

次にホール効果を定式化してみよう。電荷 q [C], 質量 m [kg] のキャリアを考える。キャリアの（体積数）密度を n [m^{-3}] とすると、ホール電圧 V_H は

$$V_H = \frac{I_x \cdot B}{n \cdot q \cdot t} \quad (1)$$

で与えられ、ホール係数 (Hall coefficient) R_H [m^3/C] は

$$R_H \equiv \frac{t \cdot V_H}{I_x \cdot B} = \frac{1}{nq} \quad (2)$$

によって定義され、 R_H の符号はキャリアの種類に、 R_H の大きさはキャリアの密度の評価に使えることがわかる。

電気伝導率 σ [$\text{S}/\text{m}=1/(\Omega \cdot \text{m})$] ($\text{S}=1/\Omega$ はジーメンズ) は抵抗率 ρ [$\Omega \cdot \text{m}$] の逆数であり、オームの法則 $j_x = \sigma \cdot E_x$ から x 方向に印加した電場 E_x と流れる電流密度 j_x [A/m^2] の比例係数として定義される。ところが $j_x = \frac{I_x}{tw}$, $E_x = V_x/l$ であるから

$$\sigma = \frac{I_x}{V_x} \frac{l}{tw} \quad (3)$$

一方、キャリアの平均速さを \bar{u}_x [m/s] とすれば、

$$j_x = nq\bar{u}_x \quad (4)$$

である。この平均速さ \bar{u}_x は一定の大きさの電場下では一定の値となる。キャリアの走行方向とは逆向きの速さに比例する抵抗力 ($k\bar{u}_x$; k は正定数) が、クーロン力と釣り合うためである。雨滴の落下における終端速度 (空気の粘性抵抗による速度に比例する摩擦力と重力がつりあう結果、落下速度が一定になる) とよく似ている。そこでキャリアの運動方程式

$$m \frac{d\bar{u}_x}{dt} = qE_x - k\bar{u}_x \quad (5)$$

において加速度を 0 とおけば、平均速さとして

$$\bar{u}_x = \frac{q}{k} E_x \quad (6)$$

を得る。ここで ”時間の次元をもつ量 τ [s] “ を新たに導入すれば、式(5)は形式的に

$$\bar{u}_x = \frac{q}{m} \tau \cdot E_x \quad (7)$$

と書くことができる。したがって式(4)とから次式を得る。

$$\sigma = \frac{nq^2}{m} \tau \quad (8)$$

実験装置の組み立て

実験を開始するのに先立ち、下記の手順にしたがって測定装置の準備を下さい。実験課題 1 では次の表 2 の部品・器具を使用する。そのほかのものは箱に入れておき、使わないこと。

表 2 課題 1 で使用できる部品・器具等の一覧

品名	数量	サイズ, 説明等	図
デジタルマルチメータ(大)	1	マザーツール製 MT-4510	図 7
デジタルマルチメータ(小)	1	METEX 製 P-10	図 8
永久磁石セット	1	中心の磁場は 0.190 T とせよ。	図 1
敷板	1	木製 150 mm × 150 mm × 5.5 mm	図 1
全周分度器 (2 式 1 枚)	1	はさみで切り出して使用。	図 1, 2
ホールプローブ	1	ホール素子, ケーブル付	図 1, 4, 5
プローブ固定板	1	アルミニウム L 字金具, 半透明輪ゴム付	図 3
測定回路盤	1	電池ホルダー付	図 6
単 2 乾電池	2		図 9
ケーブル A	2	バナナ-バナナ	-
ケーブル B	2	バナナ-ワニ口	-
両面テープ	1	実験課題 2 と共通	-
はさみ	1	実験課題 2 と共通	-
定規	1	実験課題 2 と共通	-

1. 永久磁石セット (図 1) 対向するフェライト磁石の間の空間に $B = 0.190 \text{ T}$ の磁場が生じている。赤いシールのある方が N 極である。これを確認下さい。強い磁石なので実験課題 2 で用いる磁性体 (鋼球他) 部品ほか磁場の影響を受ける (受けそうな) ものは磁石から十分に離して使用すること。なお, 図と異なり金属棒 (ヨーク) が歪んでいる場合, 2 つの磁石が密着している場合は, 自力で修正せずに必ず申し出下さい。

注意! 磁石の間隙に指を入れないこと。磁石は脆く、破片が鋭利なので注意すること。



図 1 永久磁石セット。(敷板上に全周分度器, プローブ固定板, ホールプローブを取り付けた図)。

2. 全周分度器 (図 2) 全周分度器 1 枚の外周および中央のハッチされた部分 (図 2) をはさみで切り取る。次に全周分度器に描かれた四角形を利用して分度器の中心と磁石の中心がほぼ一致するように永久磁石セットを置く (図 1 参照)。永久磁石セットを全周分度器ごと上下反転させ、裏面からセロハンテープで全周分度器を磁石に固定しなさい。その後、永久磁石セットを全周分度器ごと上下反転させれば準備完了。もう 1 枚は保管しておく。

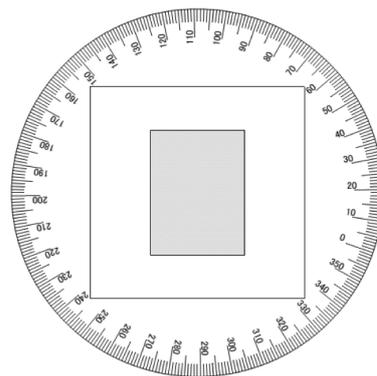


図 2 全周分度器. A4 用紙に 2 式.

3. 角度基準線 磁石の方向を記録するために敷板上に基準線を描きなさい。分度器の中心が同じ点にあることを保証するには、どのように基準線を引いたらよいか。

4. プローブ固定板 (図 3) 両面テープを使って、アルミニウム L 字金具を敷板の中央部に立てて固定しなさい。後述するホール素子が磁場の中心にくるように図 3 の位置に固定しなさい。

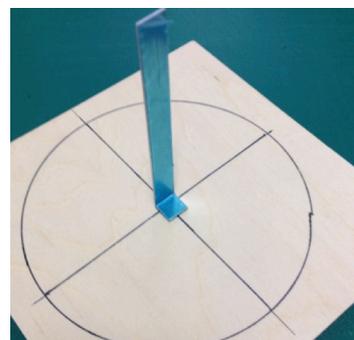


図 3 プローブ固定板の取付け.

5. ホールプローブ (図 4) 測定試料は半導体ホール素子である。センサー部分は、図 4 のような十字形をしていてその厚さは $t=0.50 \mu\text{m}$ ($\mu\text{m}=10^{-6} \text{m}$) である。センサーは樹脂パッケージに封止され、これにつながった 4 本のリード線が出ている。これらをプリント基板に接続し、コネクタと一体化したものがホールプローブである。素子のリード線とセンサーの電極の対応は図 4 を参照しなさい。

6. ホールプローブの取付け (図 5) ホール素子が磁石のほぼ中央 (水平面内位置および高さとも) になるように、半透明の輪ゴムを使って固定板にとめなさい。

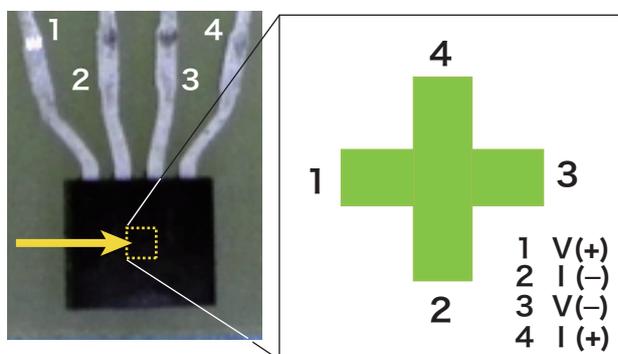


図 4 ホール素子のセンサー位置 (左) とセンサーの概形図 (右).

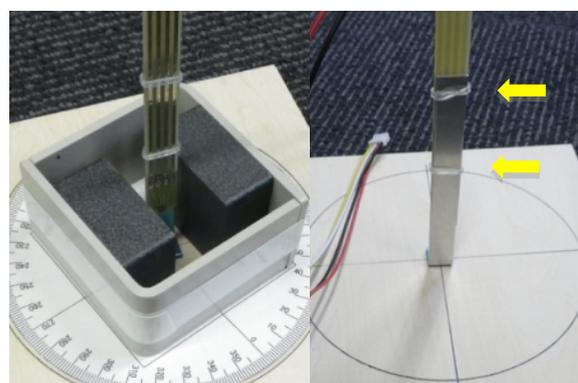


図 5 ホールプローブの取付け方. (半透明の輪ゴム (矢印) で固定する)

7. 測定回路盤 (図 6) スイッチ S1 を OFF に、S2 を RH の位置にしてください。また、可変抵抗 VR を反時計回りいっぱいにまわした位置にしてください。(回路盤内部の配線については次ページの図 10 を参照すること。なお、図 10 の回路図ならびに測定回路盤の印字では、VR が VR1 と表記されているので注意。)

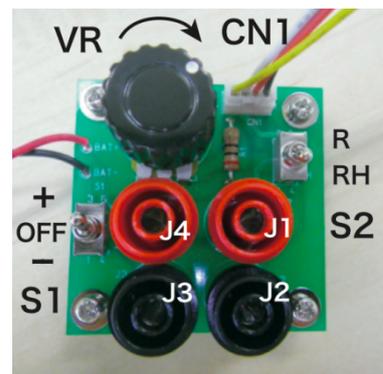


図 6 測定回路盤.

8. 電圧測定用デジタルマルチメータ デジタルマルチメータ (大) (マザーツール製 MT-4510) (図 7) と端子 J1, J2 とをケーブル A (バナナ-バナナ) を使ってつなぎなさい。本体のプローブ接続位置に注意 (図 7 参照)。測定するときは回転セレクトで直流電圧測定モードに設定しなさい。自動的に電源が切れる機能のせいで、放置状態では予告音がしてから約 1 分以内に再び警告音が鳴り電源が切れる。回転セレクトを回してから戻すと復帰する。

9. 電流測定用デジタルマルチメータ デジタルマルチメータ (小) (METEX 製 P-10) (図 8) と端子 J3, J4 とケーブル B (バナナ-ワニ口) を使ってつなぎなさい。測定するときは直流電流測定モードに設定しなさい。8 と同様に電源を入れてから約 15~30 分後に自動電源オフ機能が働くが、計測途中で電源が切れた場合は SEL ボタンを 1 回押すと再び電源が入る。



図 7 デジタルマルチメータ (大) とプローブの接続法. 図 8 デジタルマルチメータ (小).

10. プローブの結線

測定回路盤のコネクタ CN1 にホールプローブのコネクタをつなぎなさい。

11. 電源の供給 (図 9)

極性を確認したうえで単 2 乾電池を電池ホルダーに取り付けなさい。



図 9 回路測定盤への電源供給.

実験課題

以上の測定準備が整ったら、順次、以下の設問に答えなさい。

問1 (1) の関係を導きなさい。 (10 点)

問2 n 型と p 型半導体ではホール電圧 V_H の符号が逆になる。その理由を説明しなさい。 (10 点)

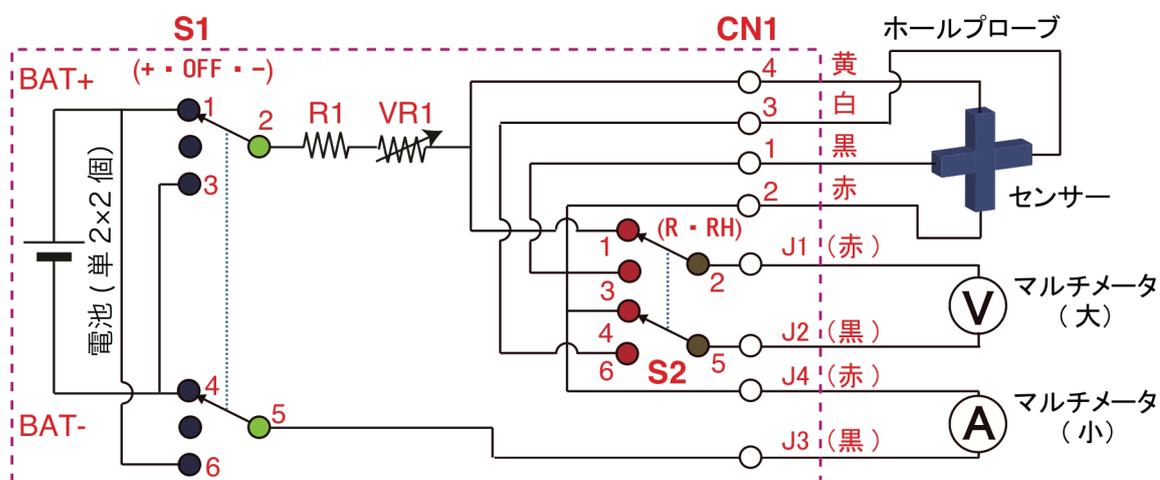


図 10 測定回路図 (破線の内側が測定回路盤の内部配線図)。

実験 1

手順 (以下、図 10 の測定回路図を参照すること)

- (1) ホールプローブ先端部にあるホール素子が磁場のほぼ中心にくるようにホールプローブの位置を調整し、半透明の輪ゴムで固定しなさい。なお、図 4 に示したようにセンサーはホール素子の黒い樹脂パッケージの中央にある。
- (2) S1 を + 位置にセットし、VR を調整してプローブに約 5 mA の電流を流しなさい。ホール電圧を測定するために S2 を RH 位置にセットしなさい。
- (3) 磁石をプローブ周りに 360° 回転させ、角度に対するホール電圧 V_H の変化を調べなさい。なお測定は 15° おきに行い、各角度 θ における V_H と電流値 I_x を記録しなさい。
- (4) 測定が終了したら S1 と 2 つのデジタルマルチメータを OFF にしなさい。

問3 θ , V_H , I_x を表にまとめ, $\frac{V_H}{I_x}$ 対 θ のグラフを描きなさい。(20点)

問4 式(1)は, 磁場が z 軸に平行な場合のホール電圧 V_H の式である。磁場の方向が yz 面内にあつて z 軸と角度 ϕ をなす場合には,

$$V_H = R_H \frac{I_x B \cos \phi}{t} \quad (9)$$

となること, つまりホール電圧 V_H は磁場の z 成分に比例することを説明しなさい。(10点)

問5 問3で測定した $\frac{V_H}{I_x}$ の角度依存性を式(9)で表すことができるだろうか。もし(9)が成り立てば, $\frac{V_H}{I_x}$ を $\cos \phi$ に対してプロットしたグラフは原点を通る直線となる筈である。 ϕ と θ の関係を精度良く決めるための方法を考え, 実際に $\frac{V_H}{I_x}$ 対 $\cos \phi$ のグラフを描きなさい。(9)は成り立つといえるか。(20点)

実験2

問3のグラフ V_H が最大となる角度に磁石を戻しなさい。S1 と VR を使って I_x を変化させ, I_x , V_x , V_H を測定しなさい。なお測定は, 正負両方向の最大値の間でほぼ等間隔になる電流値9点に対して行いなさい。測定が終了したら S1 を OFF にし, 2台のマルチメータを OFF にしなさい。なお, この実験で用いる半導体ホールセンサーのサイズは $t=0.50 \mu\text{m}$, $w=0.42 \text{ mm}$, $l=0.84 \text{ mm}$ であり, 磁石の中心位置での磁場は $B=0.190 \text{ T}$ である。

問6 I_x , V_x , V_H の測定値を表にまとめ, $I_x - V_H$, $I_x - V_x$ のグラフを描きなさい。(10点)

問7 問6のグラフの傾きから R_H [m^3/C]を決定し, 電子の密度 n [m^{-3}] を求めよ。(10点)

問8 以上の結果より式(7), (8)に現れる τ [s]の大きさを見積もりなさい。ただし $m=1.0 \times 10^{-31} \text{ kg}$ とする(結晶中における電子の質量は, 真空中のそれに比べて一般に小さくなる)。また, この τ にはどのような物理的な意味を持たせることができだろうか。(10点)

実験 3

以上の実験結果から、このホールプローブを使えば、磁場の大きさとその方向を測定できることがわかった。

問 9 このプローブを使って地磁気の水平成分の大きさを測定しなさい。もし大きさを決定できない場合は、「〇〇T以上」とか「〇〇T以下」のようにその下限あるいは上限を示しなさい。また、地磁気の水平成分の向きについて得られた知識があれば、机の向き（前方）を基準として図示しなさい。どのように測定したか、測定の条件、測定された値、磁場の大きさをどのようにして求めたか、正確に評価するために測定や解析で注意した事柄なども解答欄に記入すること。 (20 点)

付録1 半導体とは？

導体と不導体（絶縁体）の中間の電氣的性質をもつ物体を一般に半導体とよぶ。

ここで述べる半導体は、結晶構造を有し、不純物の種類や量が制御された一群である。その代表はシリコン（珪素）（Si）やゲルマニウム（Ge）などの元素半導体である。純粋な Si や Ge の結晶は真性半導体と呼ばれ、エネルギーギャップを越える熱励起によってはじめて電気伝導の担い手あるいは担体（電子，正孔）が発生する。これに対し，ごく微量(ppm オーダー)の外来物質（不純物）で元素を置換した物質を不純物半導体という。構成元素より価数の小さな元素は一般に *p* 型不純物，価数の大きな元素は *n* 型不純物としてはたらく。不純物の準位から電子や正孔を励起するためのエネルギーは，真性半導体の 1%程度であり，室温でも十分に電子が励起できるような不純物を選ばれるのが普通である。

***p* 型半導体**：規則正しく並ぶ結晶内の原子は価電子を共有することで結合している（共有結合）。そこに価電子の 1 個少ない原子が不純物として混入してくると（ドーピングという），結合のための価電子が不足する。すると隣の原子から電子が補充される結果，隣の原子の電子が一個不足する。この状態を正孔が生じたという。この正孔を埋めるべく，さらに隣の原子から電子が補充されて正孔が移動する。つまり正孔は電子とは反対方向に移動する。電流を担うキャリアが正孔である場合，*p* 型半導体と呼ばれる。例えば，14 族の珪素 Si や Ge 結晶では，13 族のホウ素（B），アルミニウム（Al），ガリウム（Ga），インジウム（In）などが *p* 型不純物である。

***n* 型半導体**：真性半導体に価電子の 1 個多い原子をドープすると，結合しない価電子が 1 個余って伝導に寄与する。これを *n* 型半導体という。Si や Ge 中では 15 族のリン（P），ヒ素（As），アンチモン（Sb）が *n* 型不純物である。

化合物半導体 元素半導体に対して，III 族と V 族の元素から成る人工化合物 AlAs, AlSb, GaAs, GaP, GaIn, InAs, InP, InSb は，化合物半導体とよばれる。CdS や ZnTe など II-VI 族化合物，VI-VI 族化合物の SiC, IV-VI 族化合物の PbS, PbTe なども化合物半導体である。

化合物半導体結晶にもドーピング可能である。例えば，III-V 族化合物の GaAs に II 族の Be は III 族の Ga と置換して正孔が生じ，GaAs は *p* 型半導体になる。一方，VI 族の Te は As と置換して電子を生じ，GaAs は *n* 型半導体になる。

***p-n* 接合** *n* 型半導体あるいは *p* 型半導体がそのまま使われることもあるが，両者を合体させた *p-n* 接合にはきわだった特徴があり，利用価値が高い。*p-n* 接合では，電子が *n* 型半導体に，正孔が *p* 型半導体に偏って分布する。これは *p* 型半導体から *n* 型半導体に向かうポテンシャルの勾配が自発的に発生するためである。*p-n* 接合にこの勾配が減少する向きの電圧をかけた時に限って電子と正孔が相互に移動することができ，電流が流れる。逆向きの電圧をかけると勾配がきつくなって電流はほとんど流れない。これがダイオードの整流特性（逆方向には流れない）の起源である。太陽電池や光ダイオードの特性もこの性質を利用している。なお，最初のトランジスタは，この *p-n* 接合を組み合わせることで実現された。

実験課題2 重力加速度の測定

表3 課題2で使用できる部品・器具等の一覧

品名	数	サイズ, 説明等	図
ビースピ	1個	速さ測定器。説明書を読むこと。	1
ストップウォッチ	1個	操作法については, 説明書をよく読むこと。	2
アルミフレーム	1個	滑車(3.0g)は, 直径45mm, 厚さ1.8mmの円盤として扱う。	3
木製平板(1)	1個	45mm×600mm×12mm	4
木製平板(2)	1個	45mm×600mm×10mm	4
木製平板(3)	1個	110mm×160mm×15mm	5
木製ブロック	1個	45mm×45mm×45mm	6
木製角板	5個	50mm×50mm×15mm	7
プラスチックレール	1個		-
透明パイプ	1個	直径38mm×330mm ×0.5mm 肉厚	8
鏡	1個	50mm×300mm ガラス製につき取り扱い注意	9
鋼球	1個	直径22mm, 45g	10
アルミニウム円柱	1個	直径20mm×50mm	11
錘(おもり)	1式	約82g×2, 約37g×1, 約18g×1, 約8g×1 (個別に数値を記載)	12
つるまきばね	5個	8mm 径×50mm 長 1本あたり2.8g	13
S字環	1個	0.66g (工具セットに同梱)	14
金属鉤(かぎ)	2個	先端を切り落とした釣針 1個0.34g (工具セットに同梱)	15
糸	1巻	(ボビン) 1巻 (0.03g/m) (文具セットに同梱)	16
クッション(小)	3個	約50mm×50mm×10mm	17
クッション(大)	1個	約100mm×100mm×10mm	-
文具セット	1式	ゼロハンテープ1, *両面テープ1, 輪ゴム20(うちカラー輪ゴム10), *はさみ1, ピンセット1, 糸1巻, 風船2	18
*定規	1本		-
工具セット	各1	6角レンチ(5mm, 4mm, 3mm), スパナ1, S字環1, 金属鉤2	19
雑貨	1式	アクリルブロック2, ギフトタイ18, モール1, ラベルシール1, カラーシール1, ゼムクリップ6, バインダクリップ2, たこ糸2m	20

*実験課題1と共通の器具・物品



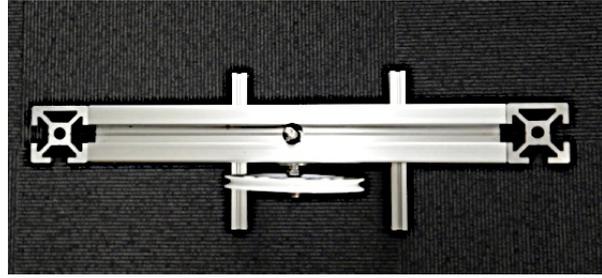
図1 ビースピ(速さ測定器)



図2 ストップウォッチ



図3 アルミフレーム（要組立。フックと滑車は装着済）



（上）上面から。（下）正面から。中央に滑車とフック。

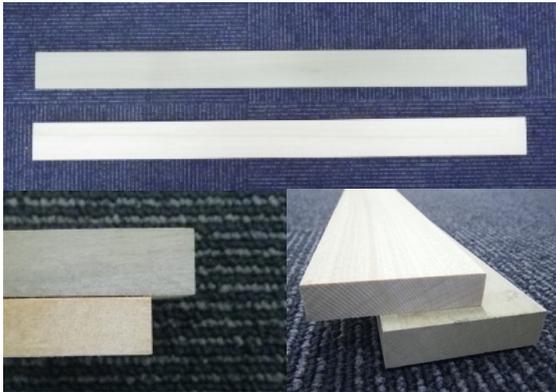
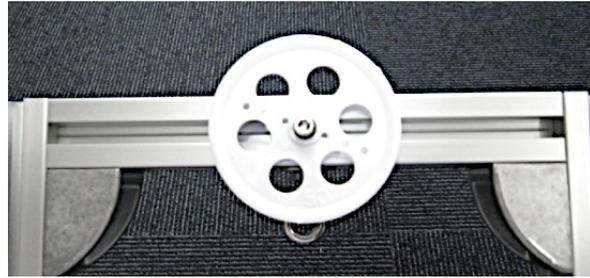


図4 木製平板(1), (2) (厚い方が(1)).



図5 木製平板(3)

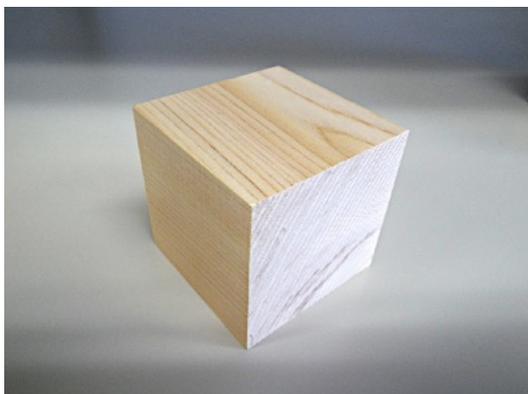


図6 木製ブロック

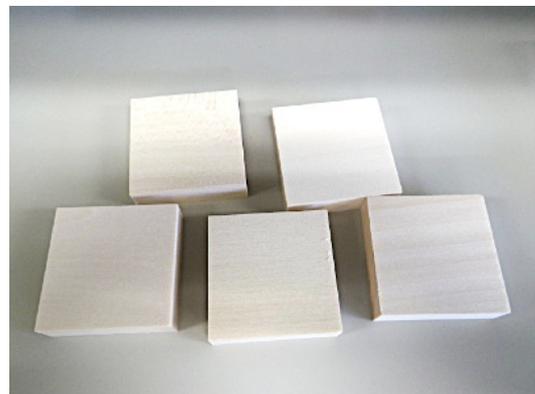


図7 木製角板

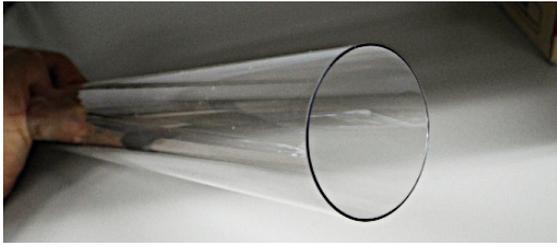


図 8 透明パイプ

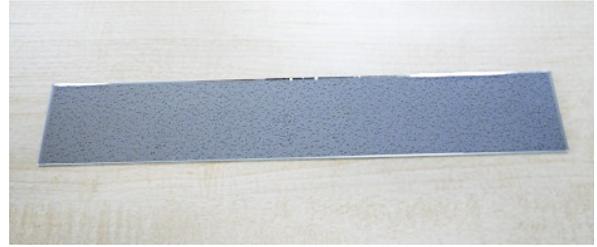


図 9 鏡



図 10 鋼球



図 11 アルミニウム円柱



図 12 錘



図 13 つるまきばね



図 14 S字環



図 15 金属鉤



図 16 糸 (ボビン)



図 17 クッション (写真は小のみ)



図 18 文具セット



図 19 工具セットの一部 (六角レンチとスパナ)



図 20 雑貨

実験

地球表面に固定された観測点における重力の加速度の大きさ（以下、重力加速度）は、ほぼ地球からの万有引力と地球の自転による遠心力の合力によって決まる（付録 2）。（地球の公転にともなう遠心力などのみかけの力（慣性力）や、他の天体からの（万有）引力の作用等は十分に小さいので無視できる。）したがって重力加速度は緯度のみの関数となり、赤道上で最小、緯度の上昇とともに単調に増大し、極では万有引力のみとなる。例えば、北緯 35 度の海面上（海拔 0 m）における重力加速度 (g) は 9.7975 ms^{-2} である。ところが地殻の構造がいたるところ同じではないために同じ緯度でも万有引力の大きさが場所によって異なるのが普通である。そこで本実験では、当地、閑谷における重力加速度 g の計測を試みてもらいたい。

注意！ 本課題では、測定した g 値の正確さもさることながら、測定原理の理解度、装置を構築する上での創意や測定上の工夫、測定値の解析や誤差の扱いなどに評価の重点が置かれます。一貫して論理的な考察、筋道立った記述、分かりやすい図表などを心がけて下さい。

手順

表 3 にある器具・部品を適宜使って以下の課題に答えなさい。実験課題 1 セットの袋の内容物とクリアホルダーの中身は使わないこと（共通の器具・部品（リスト中に * で表示してある 3 点）をのぞく）。

実験に使用する部品についての注意は後段に述べるので、よく読んでから実験に着手しなさい。必ずしもすべての器具や部品を使う必要はない。

机、パーティションは借用品であり、破損や汚すことのないように十分に注意すること。

なお、球や円盤が滑らずに転がる運動では、直線（並進）運動にともなう運動エネルギーに回転運動の運動エネルギー加わることに注意せよ。具体的には、球の場合は運動エネルギーが回転運動の効果で $7/5$ 倍に、円盤および断面形状が同じ円柱の場合ではいずれも $3/2$ 倍になる。これらおよび回転運動の運動方程式については、付録 3-5 を参照のこと。また、滑車は、質量 3.0 g 、直径 45 mm 、厚さ 1.8 mm の一様な円盤として扱いなさい。

問 1 地球上で重力加速度を測定する方法を 3 種類, 測定原理とともに答えなさい。ただし, 表 3 の器具・部品を使ってできる方法を考えること。解答用紙の例を参照にするとよい。(30 点)

問 2 問 1 で答えた中のひとつをとりあげ, 実際に表 3 の器具・部品を使って g を測定しなさい。実験課題 1 セットの袋の内容物とクリアホルダーの中身は使わないこと。ただし, 共通の器具・部品(リスト中に*で表示してある)をのぞく。

(a) どの様な測定装置を用いるのか, 問 1 の答えを補足するかたちで説明しなさい。(10 点)

(b) 測定の方法と測定結果の解析を含めた測定の手順を説明しなさい。とくに注意した点, 工夫した点を詳しく説明すること。(20 点)

(c) 測定結果をまとめ, 表やグラフを用いてわかりやすく説明しなさい。(20 点)

(d) 問 1 で考えた原理にしたがい, 図表化した測定結果にもとづいて g の値を求めなさい。この際, 測定誤差を評価すること。測定誤差とは, よく知られた g の値 9.8 ms^{-2} や理論予測値と測定値との差ではなく, たとえば同じ測定を繰り返した時の値のばらつきで表される g の不確定さが誤差であることに注意せよ。測定値から予想される g の値の範囲を理由とともに示しなさい。(20 点)

(e) よく知られた g の値と測定によって得られた g の値との差異の原因を考察しなさい。(10 点)

(f) 測定を終えてから気づいた点にもとづき, 測定装置と測定方法の改良点を述べなさい。(10 点)

実験器具について

アルミフレーム アルミフレームを使用する場合、図3と下図を参考にして、6角レンチで脚をアルミフレームに取り付けなさい。この際、V溝とガイドをあわせる必要がある（下図挿入図）。ガタがでないように締め付けを適宜、調整すること。



図21 アルミフレームへの脚の取り付け。

ビースピ 速度測定器。凹部に組み込まれた2組のフォトインタラプタ（赤外発光ダイオードから赤外線センサーに入る光が、物体にさえぎられるタイミングを計測）を用いて、この区間を通過する物体の平均の速度を計測する機器。この値を物体がビースピ中央を通過するときの瞬間の速度としなさい。具体的な操作に関しては付属の説明書を読むこと。

木材やプラスチックの接合 両面テープを利用すると簡単に接着することができる。なお、部品の固定法はこの限りではないので、各自、工夫すること。

クッションの使い方 低反発ウレタンスポンジという名称で、力学的な衝撃を吸収する用途に使える。別名、ショックアブソーバとも呼ばれる。

付録2 重力加速度と質量

重力加速度は、地球上における種々の物理現象に関わっており、この値を知ることは重要である。実際、重力加速度に関わる身近な現象は少なくない。例えば、物体の「重量」あるいは「重さ」は、物体の質量 m と重力の加速度 g の積 mg によって与えられる。ここで質量の国際標準単位 (SI) は kg であるのに対し、重量の単位は力の単位 N である。ところが力の単位 N は、重力や重量によって定義づけられているわけではなく、質量と加速度の積によって定義されるものである。すなわち、 1 N の力とは、物体の運動を記述するための標準的な座標系 (慣性座標系とよばれる) において、質量 1 kg の物体が 1 秒間に 1 m/s だけ速さを増す (加速する) ために必要な力として定義されるのである。

質量は、従来、国際キログラム原器を用いて較正されてきた。ところが最近では特殊相対性理論と量子物理学にもとづき、プランク定数 h と光速 c および光の振動数 ν を通じて $m = h\nu/c^2$ として定義することが提案されている。つまり 1 kg の質量と等価なエネルギーをもつ光子一個分の振動数を基準にとるわけである。逆に言えば、 1 kg の質量はエネルギーを通じて定義される。しかし、この際、物体は光に対して相対速度がゼロでないといけない。なぜならドプラー効果で振動数が変化してしまうからである。このような座標系 (慣性座標系) の存在をニュートンの運動の第1法則は要求しているが、実験環境のうえで慣性座標系を実現するのは容易でない。実際、地球表面に固定された座標系は自転の影響を受ける回転座標系、すなわち非慣性座標系である。今回の実験に光は登場しないが、質量の定義にさえ根源的な難しさが伴うことが理解できよう。

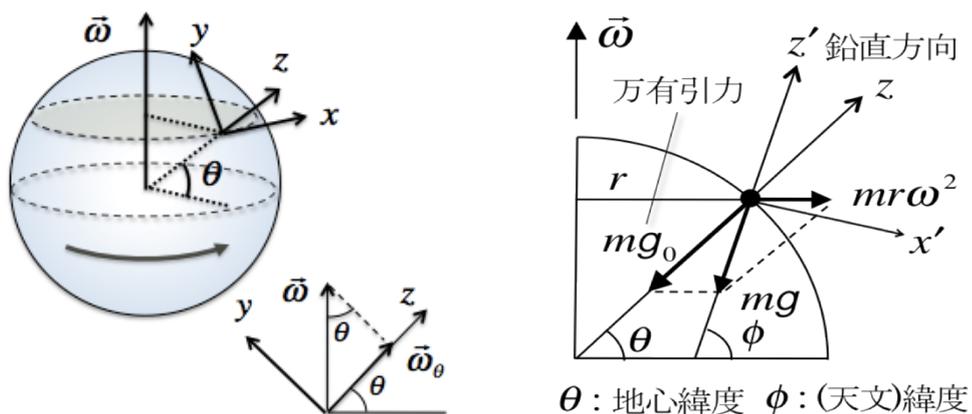


図 22 地球の表面に固定された観測者と質点にはたらく力の模式図。

付録3 物体の回転運動

一様な球の運動は、球の中心（重心あるいは質量中心）の運動（並進運動）と中心のまわりの回転運動に分けて考えればよい。並進運動の運動エネルギー E_T は、速さを u とすれば、球の中心に全質量が集中しているものとして $E_T = \frac{1}{2}mu^2$ と書ける。

一方、回転運動の運動エネルギー E_R は、回転の角速度を ω とすれば、質量のかわりに後述の慣性モーメントを用いて $E_R = \frac{1}{2}I\omega^2$ と書ける。ここで球の慣性モーメント $I = \frac{2}{5}ma^2$ （半径 a ，質量 m ）を代入すれば $E_R = \frac{1}{5}ma^2\omega^2$ 。ところが下図のように球が滑らずに転がる場合(図23)， $u = a\omega$ であるから $E_T = \frac{1}{2}ma^2\omega^2$ より $E_R : E_T = \frac{1}{5}ma^2\omega^2 : \frac{1}{2}ma^2\omega^2 = 2 : 5$ を得る。すなわち回転運動を考慮すると、全運動エネルギーは並進運動の運動エネルギーの40%増になることがわかる。

同様に一様な円盤（半径 a ，質量 m ）の転がり運動の場合には、 $I = \frac{1}{2}ma^2$ であるから $E_R : E_T = 1 : 2$ より50%増となることがわかる。半径 a ，質量 m の一様な円柱の転がり運動においても長さにかかわらず同じ値となる。

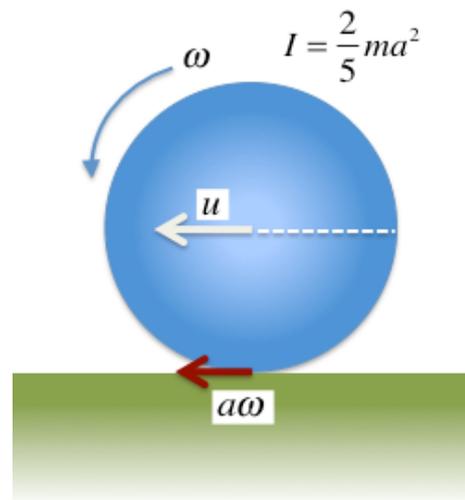


図23 滑らずに転がる球.

付録4 慣性モーメント

回転運動には回転の軸が存在する(図 24)。回転運動する大きさのない質量 m の物体 (質点) からこの回転軸に下ろした垂線の足の長さを r とすれば、慣性モーメント I は $I = mr^2$ となる。質点が複数ある場合は、同様の手続きで求めた慣性モーメントを足しあわせればよい。変形しない物体 (剛体とよばれる) の場合にも、これを質点の集まりとみなして上と同様の手続きを踏めば、慣性モーメントが計算できることはほぼ明らかだろう。

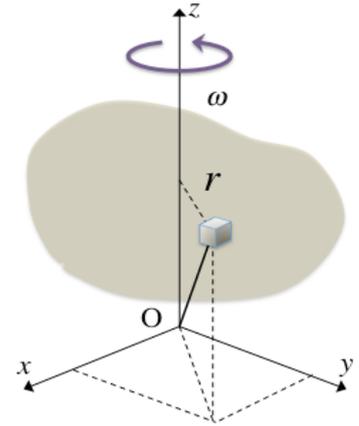


図 24 剛体の回転運動.

慣性モーメントは、回転運動の運動方程式において並進運動の運動方程式の質量に相当する。実際、角速度 ω で回転運動する質点の速さは $u = r\omega$ であり、運動エネルギーは $E_R = \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mr^2\omega^2 = \frac{1}{2}I\omega^2$ で与えられるからである。

一様で厚みのない円盤 (半径 a , 質量 m) の慣性モーメントを求めてみよう。単位面積あたりの質量 ρ は $\pi a^2\rho = m$ で与えられる。中心から r の位置における微小な幅 Δr の円環帯の上に分布した質量による慣性モーメント ΔI は、 $\Delta I = \rho \cdot 2\pi r \Delta r \cdot r^2$ であるから、 $r=0$ から $r=a$ まで ΔI を足し合わせれば円盤の慣性モーメントが得られる。積分を使えば、直ちに $I = \int_0^a \rho 2\pi r^3 dr = \rho 2\pi \left[\frac{1}{4}a^4 \right]_0^a = \frac{1}{2}ma^2$ を得る。円柱の場合にも長さによらず同じ値となる。

積分を知らなくても $I(a) = \frac{\pi}{2}\rho a^4$ から上の円環帯の式が導ければよい。半径が $(r + \Delta r)$ の円盤から半径 r の円盤をくりぬけば Δr の幅の円環帯が残るから

$$\begin{aligned} \Delta I &= I(r + \Delta r) - I(r) = \frac{\pi}{2}\rho(r + \Delta r)^4 - \frac{\pi}{2}\rho r^4 = \frac{\pi}{2}\rho \left\{ (r + \Delta r)^2 - r^2 \right\} \left\{ (r + \Delta r)^2 + r^2 \right\} \\ &= \frac{\pi}{2}\rho \Delta r \{2r + \Delta r\} \left\{ 2r^2 + 2r\Delta r + (\Delta r)^2 \right\} \cong \frac{\pi}{2}\rho \Delta r \cdot 2r \cdot 2r^2 = 2\pi\rho \Delta r r^3 \end{aligned}$$

を得る。ここで $\Delta r \ll r$ の関係を利用し、二つの括弧の中で最も大きな項のみを残した。

球の慣性モーメントは、 $\frac{4}{3}\pi a^3\rho = m$ に注意して、

図 25 を参考に円盤の慣性モーメントの結果を利用すれば、

$$\begin{aligned} I &= \int_{-a}^a \underbrace{\frac{1}{2}r\pi(\sqrt{a^2 - z^2})^2}_{m} \underbrace{dz(\sqrt{a^2 - z^2})^2}_{r^2} \\ &= \rho\pi \left[za^4 - \frac{2}{3}a^2z^3 + \frac{1}{5}z^5 \right]_0^a = \frac{2}{5}ma^2 \end{aligned}$$

となる。

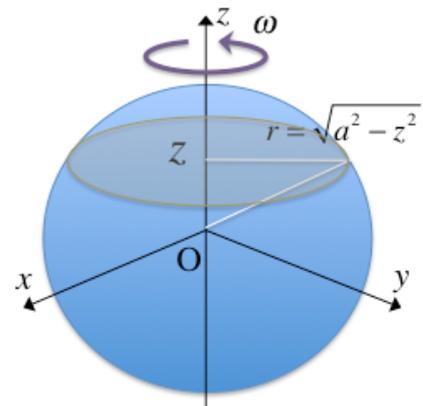


図 25 球の慣性モーメント.

付録5 回転運動の運動方程式

ここでは変形しない物体（剛体）の固定軸のまわりの回転運動について述べる。

回転軸を3次元直交座標の z 軸と一致させる（図24）。すると剛体の微小部分から回転軸に下ろした足の長さは $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ である。つまり回転運動は z に無関係であるから運動を xy 平面内に投影して考えればよい（図26）。

ここから先は、極座標 (r, θ) を使う方が便利である。（剛体を考えているから動径 r は一定であることに注意）

まず、物体に外力がはたらく時の仕事を求めてみる。 r は一定なので外力のする動径方向の仕事は0である。したがってここでは動径と垂直な外力（大きさ F ）を考えれば十分である。微小角 $d\theta$ の物体の回転を直線運動の一部とみなせば、外力のなす仕事は

$$dW = F \cdot r d\theta$$

である。回転運動の変数は θ であるから上式を $dW = Fr \cdot d\theta = N \cdot d\theta$ と書き換えて

$$N = Fr$$

を（回転の）トルクまたは力のモーメントと呼ぶ。回転軸から離れるほど N は大きくなる。

一方、角速度を $\omega \left(= \frac{d\theta}{dt} \right)$ として運動方程式は

$$m \frac{d(r\omega)}{dt} = mr \frac{d^2\theta}{dt^2} = F$$

と書ける。これに定数 r を乗じれば

$$mr^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} = Fr = N$$

となる。左辺の係数は前述の慣性モーメント $I = mr^2$ に他ならないから回転の運動方程式

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = N \quad (\text{あるいは } I \frac{d\omega}{dt} = N)$$

を得る。つぎに両辺に $d\theta/dt$ を乗じて t について積分すれば、 $\frac{1}{2}I\omega^2 = N\theta$ （エネルギー積分）を得る。左辺は付録3で触れた運動エネルギー E_R であり、右辺は外力のなす仕事である。

ここで $L = I\omega$ とおけば、 $\frac{dL}{dt} = N$ と書ける。これは並進運動の式 $\frac{dp}{dt} = F$ に対応し、 L を角運動量（の大きさ）と呼ぶ。運動量と同様に角運動量もベクトル量であり、図24、図26では角運動量ベクトル \vec{L} が z 軸の正方向を向いている。同様に角速度もベクトルである。

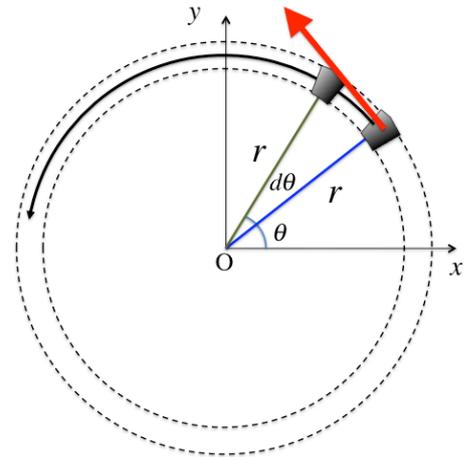


図26 平面内の回転運動。