

プレチャレンジ 2014 年 2 月の解答

(1) 地球の半径を r とします。太陽から地球までの距離は十分離れているので、地球に届く太陽の光はほぼ並行であると考えてよいでしょう。

図 1 に、太陽光がシエネとアレクサンドリアに差し込むようすを示します。シエネには、太陽光は井戸の底までまっすぐに差し込みますが、アレクサンドリアでは、7.2 度の角度がありました。つまり、地球の中心からシエネと、地球の中心からアレクサンドリアを結ぶと、その間の角度は 7.2 度になります。シエネとアレクサンドリアの距離が 900 km で、この距離は地球を円とみなしたときの円弧に等しいので、

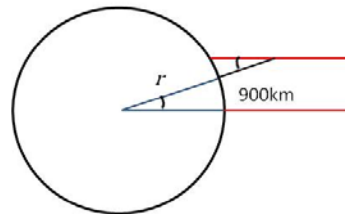


図 1

$$2\pi r \times \frac{7.2}{360} = 900$$

と表わすことができます。計算すると、地球の半径は

$$r = 7166\text{km}$$

となります。

(2) 作図をして考えましょう。まず、横たわって太陽が沈むようすを見ているので、地球の中心から表面までに線をひきます。このとき、太陽の光は地球の中心から表面までひいた線に対して、直角になります。地球の半径を r とします。図 2 では、地球の中心から表面に引いた線で r と書いてある線と、その線に対して直角に引いた赤い線で表わしています。直角の記号は入れていません。

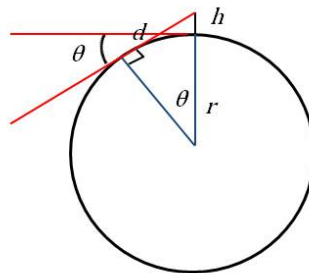


図 2

次に、「立ち上がるとまた太陽が沈んでいくようすがみられた」の部分についての作図をします。地表から目の高さを h とします。沈むようすが見えたので、目の逆さから、地球の表面に接する方向に太陽が沈んでいくようすが見られているはずですが、少し大げさに書いていますが、この接戦から地球の中心までひいた線と、最初に引いた自分のいる場所までの線の間を角度を θ としましょう。

少し図をよく見て考えてみましょう。立ったときの目の位置から 2 回目の日没を見たときの目と地表の間の距離を d とすると、直角三角形があることに気がきます。この三角形のうち、値が分からないものは d と θ です。未知数のものが 2 つなので、2 つの式を立てるこ

とができれば、求めることができます。

まず、 θ について考えてみましょう。ストップウォッチを止めた時間を t とすると、 t 秒間で太陽が移動した角度が θ で、1日に太陽は360度動くので、

$$\frac{\theta}{360} = \frac{t}{24 \times 60 \times 60}$$

が成り立ちます。

次に、直角三角形に注目すると三平方の定理より、

$$d^2 + r^2 = (r + h)^2$$

が成り立ちます。計算すると

$$d^2 = 2rh + h^2 \quad \dots \textcircled{1}$$

となりますが、人の地表から目の高さ1.7mは、地球の半径 r と比べるととても小さな値になります。そこで、 $h^2 \ll 2rh$ なので、 h^2 を $h^2 \cong 0$ とみなすと、 $d^2 = 2rh$ となります。

このような方法は、中学校や高校では扱いませんが、大学以上の物理学ではよく用いる方法です。正確な値を知るよりも、大まかな値を知りたいときには大変便利な方法です。

また、三角関数を用いると、 $d = r \tan \theta$ となるので、 $\textcircled{1}$ 式とあわせて考えると、

$$r^2 \tan^2 \theta = 2rh,$$

$$r = \frac{2h}{\tan^2 \theta}$$

となります。計算すると、地球の半径は $r = 6149\text{km}$ と求めることができます。

現在は、観測技術が発達したので地球はやや楕円であることも分かってきました。正確な測量方法を考えることも面白いと思いますが、今月のチャレンジの問題のように、簡単な観測事実を基に、だいたいの値を求めることができるのも面白いと思いませんか。

この問題と解答は次の書物を参考に致しました：

D. ハリディほか『物理学の基礎』 [1] 力学、培風館 (2002)