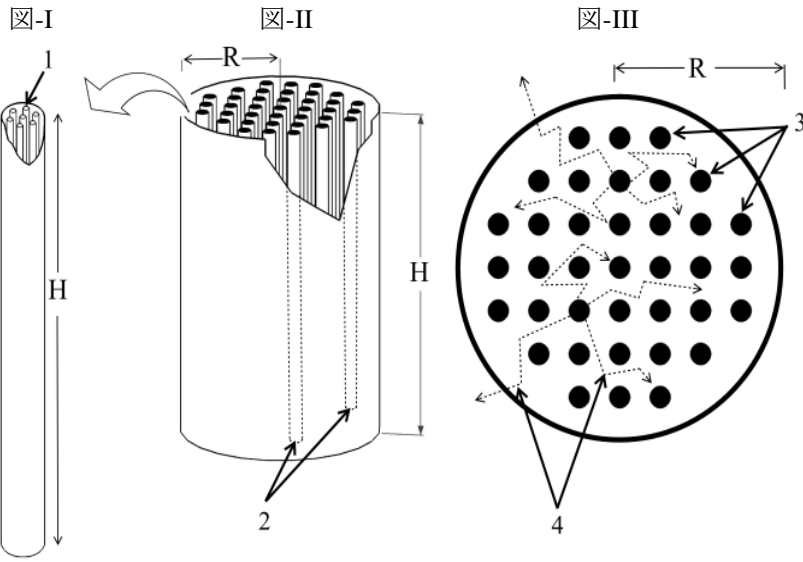


原子炉の設計

(合計得点: 10)

ウランは  $\text{UO}_2$  の形で自然界に存在し、原子炉で使える  $^{235}\text{U}$  を 0.720% だけ含む。核分裂は中性子が  $^{235}\text{U}$  の原子核に衝突する際に発生し、その際に副産物として 2 個か 3 個の高エネルギー中性子が放出される。一方、中性子の衝突による核分裂は、中性子の運動エネルギーが小さいほど高い確率で起こる。したがって、核分裂副産物の中性子を減速することができれば、 $^{235}\text{U}$  核分裂の連鎖反応を引き起こすことができる。この連鎖反応を利用するのが原子力発電である。

典型的な原子炉は、高さ  $H$ 、半径  $R$  の円筒形のタンクである。原子炉の中には燃料チャンネルと呼ばれる管が正方格子状に並び、燃料チャンネルの中には、高さ  $H$  の固形状の天然  $\text{UO}_2$  で出来た燃料ピンの束が入る。燃料チャンネルの間には減速材と呼ばれる物質が満たされている。燃料ピン中の核分裂で生じた高エネルギー中性子は、燃料チャンネルから飛び出すと減速材と衝突して減速する。そして、再びいずれかの燃料チャンネルに到達する頃には十分に低エネルギーとなっており、核分裂を引き起こす(図 I-III)。核分裂で生じた熱は燃料チャンネルを流れる冷却液を介して取り出される。この問題で、(A) 燃料ピン、(B) 減速材、(C) 円筒形原子炉の形状設計について、それらの背後にある物理を理解しよう。



**原子炉の模式図**  
 図-I: 燃料チャンネルの拡大図 (1 の矢印は燃料ピンを示す)  
 図-II: 原子炉の概略図 (2 は燃料チャンネルを示す)  
 図-III: 原子炉を上から見た図 (3 の黒丸は燃料チャンネルを示し、4 は中性子の典型的な飛跡を示す)  
 注: 問題と関連する部分のみが描かれており、制御棒や冷却材等は省略している

A 燃料ピン

UO <sub>2</sub> の性質	1. 分子量 $M_w = 0.270 \text{ kg mol}^{-1}$	2. 密度 $\rho = 1.060 \times 10^4 \text{ kg m}^{-3}$
	3. 融点 $T_m = 3.138 \times 10^3 \text{ K}$	4. 熱伝導率 $\lambda = 3.280 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$

A1	<p>静止した <math>^{235}\text{U}</math> が静止した中性子を吸収し、次のような核分裂反応を起こしたとする。</p> $^{235}\text{U} + ^1_0\text{n} \rightarrow ^{94}\text{Zr} + ^{140}\text{Ce} + 2^1_0\text{n} + \Delta E$ <p>この反応で生じた核分裂エネルギー <math>\Delta E</math> を MeV 単位で見積もれ。ここで、各種の原子核の質量は次の通りである: <math>m(^{235}\text{U}) = 235.044 \text{ u}</math>, <math>m(^{94}\text{Zr}) = 93.9063 \text{ u}</math>, <math>m(^{140}\text{Ce}) = 139.905 \text{ u}</math>, <math>m(^1_0\text{n}) = 1.00867 \text{ u}</math> であり、<math>1 \text{ u} = 931.502 \text{ MeV c}^{-2}</math>。核内で打ち消された電荷は無視せよ。</p>	0.8
A2	<p>天然の <math>\text{UO}_2</math> に含まれる単位体積当たりの <math>^{235}\text{U}</math> 原子の数 <math>N</math> を求めよ。</p>	0.5
A3	<p>中性子が一様な流束密度 <math>\phi = 2.000 \times 10^{18} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}</math> を持って燃料に入射していると仮定する。一方 <math>^{235}\text{U}</math> 原子核は、断面積 (標的となる原子核の有効面積) <math>\sigma_f = 5.400 \times 10^{-26} \text{ m}^2</math> の的に中性子が衝突するのと同じ割合で核分裂する。核分裂で放出されるエネルギーのうち 80.00% が熱として利用可能であるとして、単位体積あたり、単位時間あたりに燃料ピンに生じる熱 <math>Q</math> を <math>\text{W m}^{-3}</math> 単位で見積もれ。ただし、<math>1 \text{ MeV} = 1.602 \times 10^{-13} \text{ J}</math> である。</p>	1.2

A4	定常状態における燃料ピンの中心温度 $T_c$ と表面温度 $T_s$ の差は、 $T_c - T_s = k F(Q, a, \lambda)$ と書ける。ここで $k = 1/4$ は無次元定数であり、 $a$ は燃料ピンの半径である。次元解析により $F(Q, a, \lambda)$ を求めよ。ただし、 $\lambda$ は $\text{UO}_2$ の熱伝導率である。	0.5
A5	冷却材の望ましい温度は $5.770 \times 10^2 \text{ K}$ 以下であることから、燃料ピンの半径 $a$ の上限値 $a_u$ を求めよ。	1.0

**B 減速材**

減速材の働きを理解するために、質量  $1 \text{ u}$  の中性子と減速材に含まれる質量  $A \text{ u}$  の原子の衝突を考えよう。衝突は平面内で起こり、弾性的であるとする。衝突前の減速材原子は実験室系 (LF) で静止しているものとする。また、実験室系における、衝突前後の中性子の速度をそれぞれ  $\vec{v}_b$ ,  $\vec{v}_a$ 、中性子と減速材原子の重心の速度を  $\vec{v}_m$  とし、重心系における中性子の散乱角を  $\theta$  とする。衝突に関わるすべての粒子の速度は光速に比べて十分遅く、非相対論で扱うことができるものとする。

B1	<p>図-IV は、実験室系 (LF) における衝突の様子の模式図である。ここで、<math>\theta_L</math> は散乱角である。重心 (CM) 系における衝突の模式図を描け。模式図には重心系における散乱角 <math>\theta</math> と、<math>\vec{v}_b</math>, <math>\vec{v}_a</math>, <math>\vec{v}_m</math> で表した粒子の速度を書き込むこと。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p style="text-align: center;">実験室系における衝突</p> <p>1: 衝突前の中性子</p> <p>2: 衝突後の中性子</p> </div>	1.0
B2	重心系における衝突後の中性子と減速材原子の速さ $v$ , $V$ を、 $A$ と $v_b$ で表せ。	1.0
B3	衝突前後に中性子が持つ(実験室系における)運動エネルギーの比 $G(\alpha, \theta) = E_a/E_b$ を求めよ。ここで、 $E_b$ は衝突前の、 $E_a$ は衝突後の中性子が持っている実験室系における運動エネルギーである。また、 $\alpha \equiv [(A-1)/(A+1)]^2$ である。	1.0
B4	ここまでの結果が重水分子 $\text{D}_2\text{O}$ (質量は $20 \text{ u}$ ) を減速材としたときも成り立つとする。実験室系において、減速剤分子 $\text{D}_2\text{O}$ との衝突によって中性子が失うエネルギーの入射エネルギーに対する比 $f_l \equiv \frac{E_b - E_a}{E_b}$ の最大値を求めよ。	0.5

**C 原子炉の形状**

一定の中性子流束密度  $\psi$  を保つ定常状態で原子炉が稼働しているとき、原子炉から漏れる中性子と原子炉中で生成される余剰な中性子がつりあっている。円筒形の原子炉では、原子炉の単位体積あたり、単位時間あたりに原子炉から漏出する中性子の数は、 $k_1 [(2.405/R)^2 + (\pi/H)^2] \psi$  で与えられる。また、単位体積あたり、単位時間あたりに原子炉で生成する余剰な中性子の数は  $k_2 \psi$  で与えられる。ここで、定数  $k_1, k_2$  は原子炉を構成する物質に依存するパラメータである。

C1	パラメータ $k_1 = 1.021 \times 10^{-2} \text{ m}$ , $k_2 = 8.787 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ をもつ原子炉を考える。原子炉の体積が同じであれば、中性子の漏出を最小化することで燃料の利用効率を最大化できる。定常状態における効率が最大となる原子炉の大きさのパラメータを求めよ。	1.5
C2	燃料チャンネルは図-III に示したように正方格子状に配列されている。隣接する燃料チャンネルの中心間の距離が $0.286 \text{ m}$ 、燃料チャンネルの有効半径 (チャンネル内に燃料が詰まっているとみなしたときの半径) が $3.617 \times 10^{-2} \text{ m}$ であるとする。このとき、原子炉内にある燃料チャンネルの数 $F_n$ と、原子炉を定常状態に保つのに必要な $\text{UO}_2$ の質量 $M$ を見積もれ。	1.0