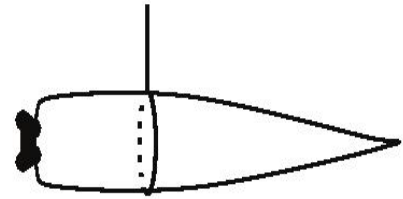


第1 チャレンジ 2011 年の問題からの出題でした。

ダイコンを半分にしてくれるように八百屋で頼んだところ、図のような重心を通る面で二つに切り分けてくれた。この切り分けられたダイコンは、太い方と細い方で、どちらが重いのか。最も適当なものを、次の①～③の中から1つ選びなさい。



- ① 同じ      ② 太い方      ③ 細い方

### 問題解答

それぞれの重さを、太い方を  $M$ 、細い方を  $m$  とする。ダイコンの太い方を半径  $R$ 、長さ  $L$  の円筒で近似し、細い方の大根を底面の半径  $R$ 、長さ  $h$  の円錐で近似する。紐の位置を原点にとると、太い方の重心の位置はぶら下げている紐の位置から  $\frac{L}{2}$  のところ、細い方（円錐）の重心位置は紐から  $\frac{h}{4}$  のところにある。

釣り合いの条件は次式のように書ける：

$$\frac{1}{2}ML = \frac{1}{4}mh \quad (1)$$

ダイコンの密度  $\rho$  が太さに依らないとすると、太い方の大根の重さは  $M = \pi R^2 L \rho$ 、細い方は（円錐）  $m = \frac{1}{3} \pi R^2 h \rho$  なので、これらの式を書き変えた

$$L = \frac{M}{\pi R^2 \rho}, \quad h = \frac{3m}{\pi R^2 \rho} \quad (2)$$

を (1) に代入すると、 $\frac{1}{2}M^2 = \frac{3}{4}m^2$ 。すなわち、 $M^2 = \frac{3}{2}m^2$  となり  $M > m$  であることがわかる。

すなわち、答えは②となる。

簡単な図形の重心位置、面積、体積は記憶しておく方が、計算の手間が省ける。

矩形、直方体、平行四辺形、円、球に関しては良く知られているので省くが、三角形と円、矩形が絡んだ図形については以下の通りである。複雑な図形は分割して考える。

#### 平面図形

三角形： 面積＝底辺×高さ 又はヘロンの公式

#### 立体

角錐、円錐： 体積＝ $\frac{1}{3}$ ×底面積×高さ

#### 重心の位置

矩形、平行四辺形： 対辺の midpoint をつないだ直線の交点

三角形： 頂点から対辺の midpoint に下ろした 3 本の中線の交点

角錐、円錐： 底面の中心から頂点をつないだ直線上で、底面からの高さの  $\frac{1}{4}$  の位置