

プレチャレンジ 今月の問題 <レンズの分解能>

2016年2月

レンズの分解能、つまり、レンズをつかった拡大鏡でどこまで細かいものが見えるのか考えてみる。光を光線とみなす場合と、光を波とみなす場合を組み合わせる。



(1) 次ページの図(a)のように、二つのスリット A と B が空いた「二重スリット」に光をあて、レンズを使って後方に置いてあるスクリーン上に二重スリットの像 A' と B' を結ぶ実験を考える。二重スリットとレンズの距離を a 、レンズの焦点距離を f とする。このとき、スクリーン上でピントの合った像を作るには、レンズとスクリーンとの距離 b をいくらにすればよいか、 b を、 a と f を使って表せ。(ヒント:「レンズの公式」を調べてみよう。)

(2) このとき、2つのスリット A と B の間隔を d とすると、スクリーン上での2つのスリットの像 (A' と B') の間隔 D はいくらか、 a と f と d を使って表せ。また、像の拡大率 $\frac{D}{d}$ も求めよ。

(3) 今度は、図(b)に示すように、レンズを取り去り、レンズの場所にスクリーンを置く。そうすると、有名な「ヤングの二重スリット実験」と同じ状況になるので、スクリーンには、等間隔で明暗の干渉縞が観察される。中心の明線を0次の回折光、その両脇の明線を+1次および-1次の回折光、さらに、その外側の明線を ± 2 次の回折光と呼ぶ。

光の波長を λ 、2つのスリットの間隔を d 、二重スリットとスクリーンとの間隔を a として、スクリーン上で観察される干渉縞の間隔 s を求めよ。(ヒント:「ヤング (Young) の二重スリット実験」を調べてみよう。)

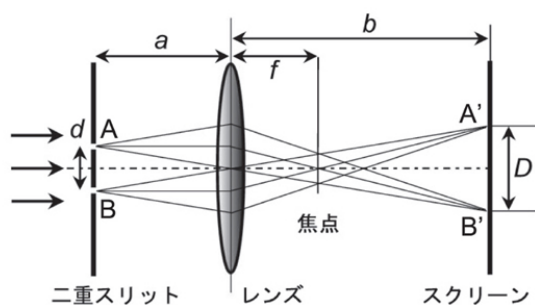
(4) 図(b)の状況を考えると、図(a)の状況は、実は図(c)のようにになっているはずである。つまり、レンズの位置に干渉縞ができており、その明線のうちの何本かがレンズを通過して後方のスクリーン上に到達して二重スリットの像 A' と B' を作っていることになる。

設問(3)の答えから、干渉縞の間隔 s は二重スリットの間隔 d に反比例することがわかる。つまり、 d が小さくなると干渉縞の間隔 s が大きくなり、ついには、図(d)に示すように、+1次と-1次の干渉縞がレンズの端から外れてしまい、0次の回折光しかレンズを通過しないという状況になる。これは、2つのスリットではなく、1つのスリットからの光と同じ状況になるので、スクリーン上では1つのスリットの像として映ることになる。つまり、 d が小さすぎて2つのスリットを分離して観察することができなくなる。この状況が分解能の限界である。

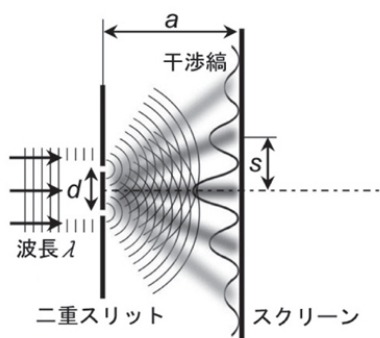
レンズの半径を R とし、2つのスリットを分離してスクリーン上で観察できる最小の d の値 d_{\min} を求めよ。この d_{\min} が、このレンズの分解能である。

- (5) 緑色の光を想定して光の波長 $\lambda = 500 \text{ nm}$ 、レンズの焦点距離 $f = 10 \text{ cm}$ とし、半径 $R = 2.5 \text{ cm}$ の大きなレンズの d_{\min} と、半径 $R = 5 \text{ mm}$ の小さなレンズの d_{\min} を計算せよ。

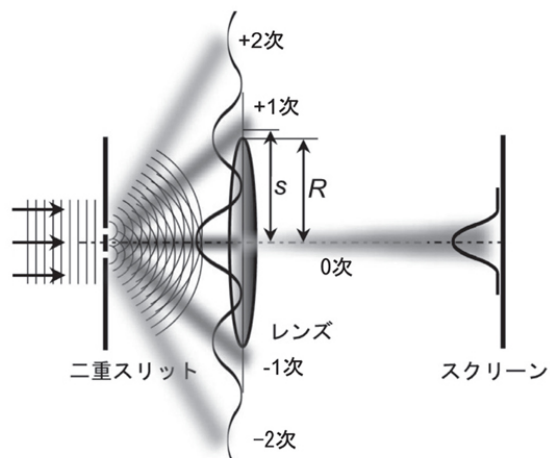
設問(4)(5)の答えから、直径の大きいレンズほど分解能が良い、つまり d_{\min} が小さい、つまり、より細かいものを分離して観察できることがわかる。図(e)のように小さなレンズでは、容易に ± 1 次の回折光がレンズの外に出てしまうので分解能が悪い。プロのカメラマンが使う大きな口径のカメラレンズや大口径の天体望遠鏡の性能が良いというのは、以上の理由のためである。



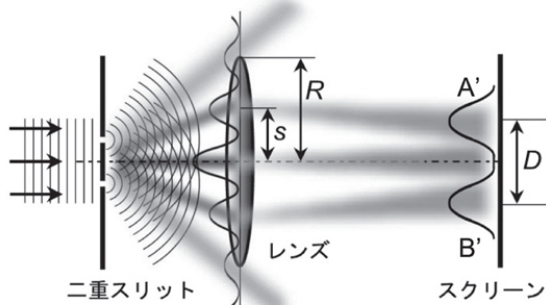
(a)



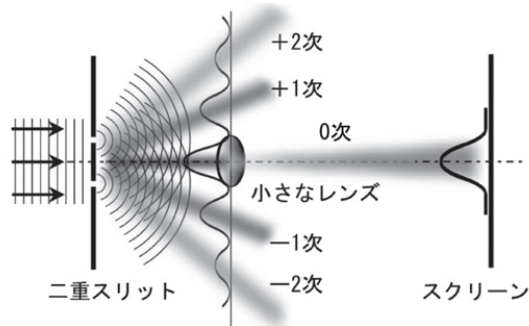
(b)



(d)



(c)



(e)