ニュートリノはどこに？(10点)

Part A. ATLAS検出器の物理 (4.0点)

A.1

磁場による力（ローレンツ力）は中心力であり、

$$m\frac{v^2}{r} = evB \Rightarrow r = \frac{mv}{eB}$$

速度は、運動エネルギーを用いて、

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

これを上の半径の式に代入し、

A.1		0.5点
	$r = \dfrac{\sqrt{2Km}}{eB}$	

A.2

一定かつ均一な磁場中の電子の円運動の半径は、

$$r = \frac{mv}{eB}$$

この式を相対論的に扱うには、質量について $m \to \gamma m$ とすればよい。

$$r = \frac{\gamma mv}{eB} = \frac{p}{eB} \Rightarrow p = reB$$

円運動の半径は検出器内部の半径の半分であることを考慮し、$[1\,\mathrm{MeV}/c = 5.34 \times 10^{-22}\,\mathrm{m\,kg\,s^{-1}}]$ を用いると、

A.2		0.5点
	$p = 330\,\mathrm{MeV}/c$	

A.3

荷電粒子の加速度は、超相対論的極限では、

$$a = \frac{evB}{\gamma m} \sim \frac{ecB}{\gamma m}$$

よって、

$$P=\frac{e^4c^2\gamma^4B^2}{6\pi\epsilon_0c^3\gamma^2m^2}=\frac{e^4\gamma^2c^4B^2}{6\pi\epsilon_0c^5m^2}$$

$E=\gamma mc^2$ より、$\gamma^2c^4=\dfrac{E^2}{m^2}$ が得られる。これを用いて、最終的に、

$$P=\frac{e^4}{6\pi\epsilon_0m^4c^5}E^2B^2$$

ゆえに、

A.3	$\xi=\dfrac{1}{6\pi},\ n=5,\ k=4$	1.0点

A.4

放射されるエネルギーは次の式で表される。

$$P=-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}=\frac{e^4}{6\pi\epsilon_0m^4c^5}E^2B^2$$

時間の関数としての粒子のエネルギーは、

$$\int_{E_0}^{E(t)}\frac{1}{E^2}\mathrm{d}E=-\int_0^t\frac{e^4}{6\pi\epsilon_0m^4c^5}B^2\mathrm{d}t$$

ここで、$E(0)=E_0$ を用いた。これは次の式を与える。

$$\frac{1}{E(t)}-\frac{1}{E_0}=\frac{e^4B^2}{6\pi\epsilon_0m^4c^5}t\ \Rightarrow\ E(t)=\frac{E_0}{1+\alpha E_0t}$$

よって α は、

A.4	$\alpha=\dfrac{e^4B^2}{6\pi\epsilon_0m^4c^5}$	1.0点

A.5

生成直後の電子のエネルギーが 100 GeV であるとき、軌道の半径は $r=E/eBc\approx167\,m$ と、非常に大きくなる。よって、電子はATLAS検出器の内部を、近似的に直線軌道で動くとみなすことができる。電子の移動時間は $t=R/c$、また、検出器内部の半径は $R=1.1\,m$。よって、シンクロトロン放射によって失う全エネルギーは、

$$\Delta E=E(R/c)-E_0=\frac{E_0}{1+\alpha E_0\frac{R}{c}}-E_0\approx-\alpha E_0^2\frac{R}{c}$$

ゆえに、

A.5	$\Delta E=-56\,\mathrm{MeV}$	0.5点

A.6

超相対論的極限では、$v \approx c$ ，$E \approx pc$ となる。サイクロトロン周波数は、

$$\omega(t) = \frac{c}{r(t)} = \frac{ecB}{p(t)} = \frac{ec^2B}{E(t)}$$

よって、

A.6 0.5点

$$\omega(t) = \frac{ec^2B}{E_0}\left(1 + \frac{e^4B^2}{6\pi\epsilon_0 m^4c^5}E_0 t\right)$$

Part B. ニュートリノを探す (6.0点)

B.1

W^+ボソンは反ミューオンとニュートリノに崩壊するため、エネルギーと運動量の保存則が適用でき、ニュートリノの運動量の z成分 $p_z^{(\nu)}$ を求めることができる。さらに、反ミューオンとニュートリノは質量がないとみなすことができ、$E = pc$ とできる。よって、運動量保存則は、

$$\overrightarrow{p}^{(W)} = \overrightarrow{p}^{(\mu)} + \overrightarrow{p}^{(\nu)}$$

また、エネルギー保存則は、

$$E^{(W)} = cp^{(\mu)} + cp^{(\nu)}$$

さらに、W^+ボソンの質量、エネルギー、運動量の関係式は、

$$m_W^2 = (E^{(W)})^2/c^4 - (p^{(W)})^2/c^2$$

これらの式より、$p_z^{(\nu)}$ についての二次方程式が得られる。

$$\begin{aligned} m_W^2 &= [(p^{(\mu)} + p^{(\nu)})^2 + (\overrightarrow{p}^{(\mu)} + \overrightarrow{p}^{(\nu)})^2]/c^2 \\ &= (2p^{(\mu)}p^{(\nu)} - 2\overrightarrow{p}^{(\mu)} \cdot \overrightarrow{p}^{(\nu)})/c^2 \end{aligned}$$

よって、

B.1	1.5点

$$m_W^2 = \frac{1}{c^2}\left(2p^{(\mu)}\sqrt{(p_{\mathrm{T}}^{(\nu)})^2 + (p_z^{(\nu)})^2} - 2\overrightarrow{p}_{\mathrm{T}}^{(\mu)} \cdot \overrightarrow{p}_{\mathrm{T}}^{(\nu)} - 2p_z^{(\mu)}p_z^{(\nu)}\right)$$

B.2

次の数値をB.1で求めた式に代入する。

$$p^{(\mu)} = 37.2\,\mathrm{GeV}/c, \quad m_W^2c^2 = 6464.2\,(\mathrm{GeV}/c)^2, \quad p_{\mathrm{T}}^{(\nu)2} = 10\,864.9\,(\mathrm{GeV}/c)^2$$
$$\overrightarrow{p}_{\mathrm{T}}^{(\mu)} \cdot \overrightarrow{p}_{\mathrm{T}}^{(\nu)} = 2439.3\,(\mathrm{GeV}/c)^2, \quad p_z^{(\mu)} = -12.4\,\mathrm{GeV}/c$$

よって、

$$6464.2 = 74.4\sqrt{10\,864.9 + p_z^{(\nu)2}} - 4878.6 + 24.8\,p_z^{(\nu)}$$

この二次方程式は、

$$0.88889\,p^{(\nu)2} + 101.64\,p^{(\nu)} - 12378 = 0$$

と同値であり、解は、

B.2	1.5点

$$p_z^{(\nu)} = 74.0\,\mathrm{GeV}/c \qquad \text{or} \qquad p_z^{(\nu)} = -188.3\,\mathrm{GeV}/c$$

B.1 の方程式を直接解くと、

$$p_z^{(\nu)} = \frac{2\vec{p}_T^{(\mu)}\cdot\vec{p}_T^{(\nu)}p_z^{(\mu)} + m_W^2c^2p_z^{(\mu)} \pm p^{(\mu)}\sqrt{-4(p_T^{(\mu)})^2(p_T^{(\nu)})^2 + 4(\vec{p}_T^{(\mu)}\cdot\vec{p}_T^{(\nu)})^2 + 4\vec{p}_T^{(\mu)}\cdot\vec{p}_T^{(\nu)}m_W^2c^2 + m_W^4c^4}}{2(p_T^{(\mu)})^2}$$

この式に数値を代入すると、上で得られた $p_z^{(\nu)}$ になる。

B.3

トップクォークの崩壊の終状態は、反ミューオン、ニュートリノ、Jet 1 である。ニュートリノの運動量は前問より求められているので、トップクォークのエネルギーと運動量は次の式となる。

$$E^{(t)} = cp^{(\mu)} + cp^{(\nu)} + cp^{(j_1)}$$
$$\vec{p}^{(t)} = \vec{p}^{(\mu)} + \vec{p}^{(\nu)} + \vec{p}^{(j_1)}$$

よって、トップクォークの質量は、

$$m_t = \sqrt{(E^{(t)})^2/c^4 - (\vec{p}^{(t)})^2/c^2} = c^{-1}\sqrt{(p^{(\mu)} + p^{(\nu)} + p^{(j_1)})^2 - (\vec{p}^{(\mu)} + \vec{p}^{(\nu)} + \vec{p}^{(j_1)})^2}$$

数値を代入することで、２つの解が得られる。

B.3	1.0点
$m_t = 169.3\,\mathrm{GeV}/c^2$ or $m_t = 331.2\,\mathrm{GeV}/c^2$	

B.4

「シグナル」(破線部分) の質量分布によると、$m_t = 169.3\,\mathrm{GeV}/c^2$ である確率は、約 0.1 であり、$m_t = 331.2\,\mathrm{GeV}/c^2$ である確率は、約 0.01 以下となる。よって、

B.4	1.0点
最も可能性が高い解は、$m_t = 169.3\,\mathrm{GeV}/c^2$	

B.5

トップクォークのエネルギーで、最も可能性が高いのは、$E^{(t)} = cp^{(\mu)} + cp^{(\nu)} + cp^{(j_1)} = 272.6\,\mathrm{GeV}$

$$d = vt = v\gamma t_0 = \frac{p^{(t)}}{m_t}t_0 = ct_0\sqrt{\frac{E^{(t)2}}{m_t^2c^4} - 1}$$

B.5	1.0点
$d = 2\times 10^{-16}\,m$	