

ヴィーデマン-フランツの法則

金属では、熱は主に電子によって運ばれる。このため、熱伝導度と電気伝導度は関連している。これはヴィーデマン-フランツの法則として知られている。

この実験の到達目標は、いくつかの金属の熱的及び電気的性質を十分に高い精度に測定することである。パート A では、銅、真鍮及びアルミニウムの電気伝導度を測定する。パート B では、銅の熱伝導度を測定する。パート C では、銅の比熱を測定する。パート D では、真鍮とアルミニウムの熱伝導度を測定する。最後にパート E では、測定した金属の物理的な性質の間の普遍的な関係を確認する。

この実験では、不確かさの値の見積りをおこなう必要はない。

パート B とパート D では待ち時間が **15 分** 存在する。それを考慮して実験を計画すること。

安全対策

全てのリード線や許可されていない機器は、220V/25A のコンセントに直接接続しないこと。コンセントに接続して良いのは何の変更も加えていない与えられた電源（AC アダプター）のみである。

実験装置のリスト



Figure 1

1. 中空の銅 (Copper) の円筒パイプ (長さ 200.0 mm, 内側の直径 (内径) 6.0 mm, 外がわの直径 (外径) 20.0 mm)
2. 中空の真鍮 (Brass) の円筒パイプ (長さ 200.0 mm, 内径 6.0 mm, 外径 19.0 mm)
3. 中空のアルミニウム (Aluminum) の円筒パイプ (長さ 200.0 mm, 内径 6.0 mm, 外径 20.0 mm)
4. 質量 1.2 g の小さな永久磁石。
5. 水の容器。容器の蓋には内側に熱交換器, 外側上部には熱交換器と繋がったオスネジが取り付けられている。容器を満たすための 4 リットルの水 (2 リットル容器 2 本) が供給される。

Experiment



Q2-2

Japanese (Japan)

- Rod #1 - 直径 20.0 mm の銅のロッド。ケーブルソケット端子は内蔵された 8 つの温度センサーに接続されており、赤いリード線は内蔵されたヒーターに繋がれている (figure 2.a)。赤いリード線は、回路を通して直流電源 (部品 15 番の AC アダプター) に接続されることを想定したものである。ロッドは黒い断熱材で覆われている。
- Rod #2 - 直径 20.0 mm の複合材のロッド。ケーブルソケット端子は内蔵された 8 つの温度センサーに接続されており、赤いリード線は内蔵されたヒーターに繋がれている (figure 2.b)。赤いリード線は、回路を通して直流電源 (部品 15 番の AC アダプター) に接続されることを想定したものである。ロッドは黒い断熱材で覆われている。
- ロッドの端面を断熱するためのキャップ。
- デジタル表示器のための 12V の直流電源 (AC アダプター)。
- デジタル表示器。これはロッドに内蔵された 8 つの温度センサーの読み及び時間を表示する (下の説明を読むこと)。また、ストップウォッチとしても用いる。
- ロッドの 8 つの温度センサーとデジタル表示器とを接続するケーブル。
- 電圧計 (電圧計のセレクターは 20V DC にセットすること。(Figure 3))
- 電流計 (電流計のセレクターは 10A DC にセットすること。(Figure 3))
- 電線
- 9V の AC アダプター (バナナプラグでヒーターに接続して電源として用いる。)

注意: 1. 供給されている (通常の AC プラグの付いた) 電源 (AC アダプター) だけを 200V の電源タップに接続すること。個別のリード線や他の機器を電源タップに接続することは、大変危険なので、決してしないこと。

- ロッドを水の中に漬さないこと。

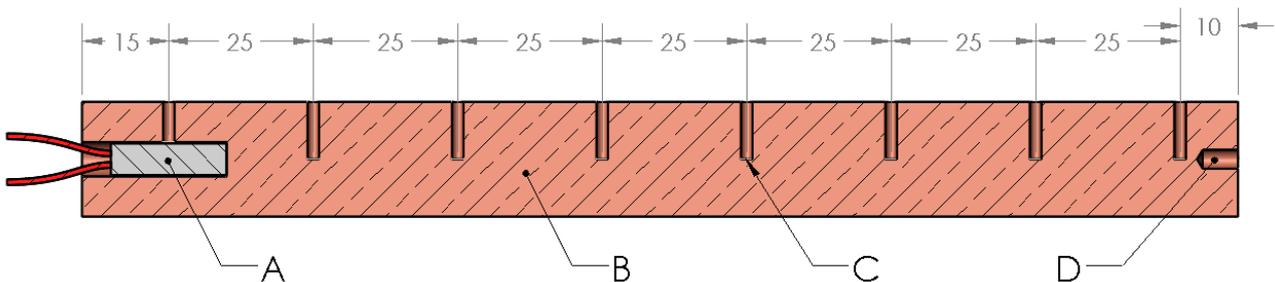
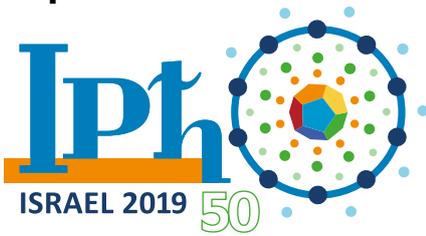


Figure 2.a - Rod #1 の構造図

距離は 0.1 mm の精度で、mm の単位で示されている。

- (A) 赤いリード線に接続されたヒーター, (B) 銅のロッド, (C) 8 個の温度センサー (1 つだけ矢印で示されているが、全て同じ形状の切込みで描かれている。), (D) 水の容器の蓋のオスネジに取り付けるためのメスネジ。

Experiment



Q2-3

Japanese (Japan)

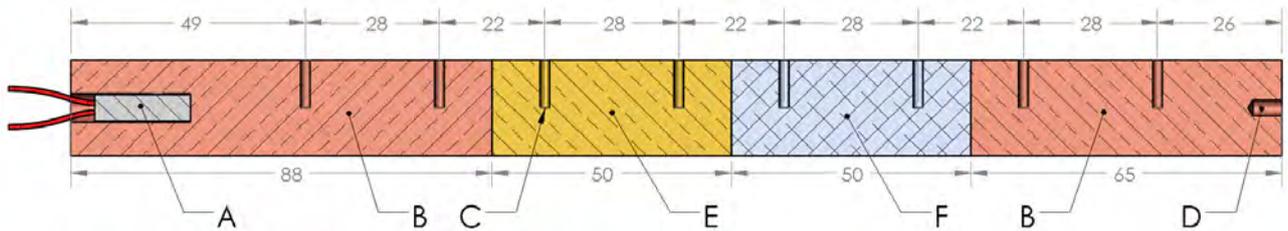


Figure 2.b - Rod #2 の構造図

距離は 0.1 mm の精度で、mm の単位で示されている。

- (A) 赤いリード線に接続されたヒーター，(B) 銅のロッド，(C) 8 個の温度センサー（1つだけ矢印で示されているが、全て同じ形状の切込みで描かれている.），
(D) 水の容器の蓋のオスネジに取り付けるためのメスネジ。
(E) 真鍮のロッド，(F) アルミニウムのロッド。



Figure 3 - 電流計と電圧計

- (1) -実験では、セレクターを 10A にすること。(2) 電流測定用の入力端子を用いること。
(3) -実験では、セレクターを 20V にすること。(4) 電圧測定用の入力端子を用いること。

デジタル表示器の使用法

デジタル表示器を 12V の直流電源（AC アダプター）に接続せよ。

デジタル表示器には、ストップウォッチと温度表示器の 2 つの動作モードがある。センサーからのケーブルが表示器に取り付けられると、表示器は自動的に温度センサーの読み取り値を表示する。ケーブルが取り外されると自動的にストップウォッチモードに変わり、画面に「Timer mode」と示される。

温度表示モードにおいて：

- 赤いボタンを 3 秒間押し続けると、時間がリセットされる。
- 赤いボタンを短く押すと、表示がホールドされる（その間、表示器は最後にリセットされてからの時間を計測し続けているが、それは表示されない。）
- 赤いボタンをもう一度短く押すと、現在の温度と時間の表示に戻る。

ストップウォッチモードにおいて：

- 赤いボタンを押すと、ストップウォッチの計測がスタートする。
- 赤いボタンをもう一度押すと、ストップウォッチの計測がストップする。
- 赤いボタンをさらにもう一度押すと、ストップウォッチがゼロにリセットされる。

Experiment



Q2-4

Japanese (Japan)

デジタル表示器は、それぞれのロッドについて、最初に使用する前に校正する必要がある。実験で用いられている8つの温度センサーは厳密に同じものではない。従ってロッドが熱平衡にあるとき、8つ全ての温度センサーで同じ温度が表示されるように校正したい。そのため次の手順をおこなう。まず、温度センサー接続用ケーブルの一端をロッドに接続する。次に、赤いボタンを押しながら温度センサー接続用ケーブルの另一端をデジタル表示器に接続する。表示器を電源とセンサーケーブルの両方から切り離してもこの校正は消去されない。

注意: 校正はロッドを熱浴の水容器に接続する前およびヒーターを電源に接続する前におこなうこと。これによってロッドの温度が校正の間一様であることが保証される。

デジタル表示器に何らかの問題が生じた場合、デジタル表示器から直流電源（ACアダプター）を一旦取り外し、再び繋げると清浄になる場合がある。デジタル表示器は最後の校正を記憶している。

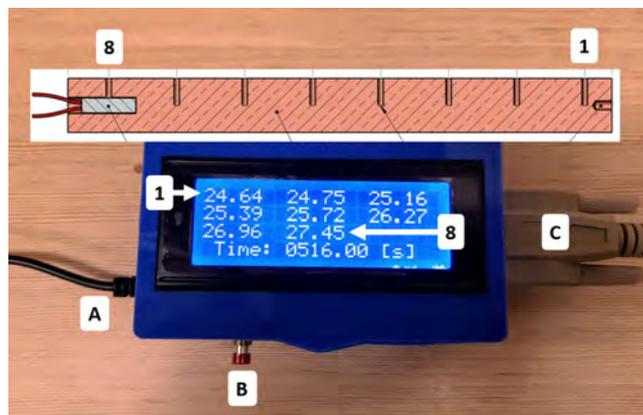


Figure 4 - デジタル表示器

(A) 12 Vの直流電源（ACアダプター）のケーブル。(B) 多機能の赤いボタン。

(C) 温度センサー接続用ケーブル。(1-8) ロッドの図の上に示された番号の順に並んでいる温度センサーの温度（°C）が、表示器の図の順番で表示される。

Part A: 銅、アルミニウム及び真鍮の電気伝導度 (1.5 points)

理論

永久磁石が中空の導電性パイプの中を落下するとき、誘導される渦電流に起因する摩擦力を受ける。それにより、磁石は終端速度に達する。今の場合、終端速度は次の式で表される。

$$v_{terminal} = \frac{8\pi m g a^2}{\mu_0^2 (\pi r_m^2 M)^2 \sigma w f\left(\frac{d}{a}\right)}. \quad (1)$$

ここで m は磁石の質量、 σ はパイプの材料の電気伝導度、 a はパイプの内側の孔の半径、 r_m および d は、それぞれ、磁石の半径および長さである。 M は磁石の残留磁化、 w はパイプの壁の厚さ、 $f\left(\frac{d}{a}\right)$ はスケール比によって決まる数である。ここでは、 $a \approx r_m$ 、 $d = 2r_m \approx 2a$ 、 $f(2) \approx 1.75$ とする。従って、磁石がパイプを通過するのにかかる時間は近似的に次の式で表される：

$$t = 0.22 \frac{\pi r_m^2 (\mu_0 M)^2 w L_0}{m g} \sigma. \quad (2)$$

Experiment



Q2-5

Japanese (Japan)

ここで、 $L_0 = 0.2 \text{ m}$ は、パイプの長さであり、磁石は落下し始めてすぐに終端速度に達すると仮定する。

計算に必要なパイプと磁石の特性値は次のようになる：

$$\mu_0 M = 0.65 \text{ T}, w_{\text{Aluminum}} = w_{\text{Copper}} = 7.0 \times 10^{-3} \text{ m}, w_{\text{Brass}} = 6.5 \times 10^{-3} \text{ m}, m = 1.2 \times 10^{-3} \text{ kg}, r_m = 3.0 \times 10^{-3} \text{ m}, \\ g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

Experiment



Q2-6

Japanese (Japan)

実験

A.1 ストップウォッチモードでデジタル表示器を用い、磁石がアルミニウム (Aluminum), 銅 (copper), 真鍮 (brass) でできた中空のパイプを通り抜けて落ちるのにかかる時間を測定せよ. テーブル A1 に測定結果を書け. 1.0pt

A.2 上の式を用いて, 3つの材質それぞれの電気伝導度 $\sigma_{\text{Aluminum}}, \sigma_{\text{Copper}}, \sigma_{\text{Brass}}$ を求めよ. 0.5pt

Part B: 銅の熱伝導度 (3.0 points)

このセクションの到達目標は定常状態に近いときの銅の熱伝導度を求めることである.

理論

熱伝導度 κ は $P(x) = -\kappa A \cdot \frac{\Delta T(x)}{\Delta x}$ で定義される. この式は, 材質の断面を通して流れる局所的な熱が, 局所的な温度勾配に比例することを示す. ここで, $P(x)$ は, 座標 x において, 断面を通して流れる熱, A はロッドの断面積, $\Delta T(x)/\Delta x$ は座標 x における温度勾配である.

実験

デジタル表示器を直流電源 (AC アダプター) に接続し, Rod #1 を校正せよ. 4 リットル (ボトル 2 本分) の水を容器に入れ, 熱交換器を完全に水に浸して蓋を閉じよ.

B.1 テーブル上に置いたときの Rod #1 の初期温度を解答用紙に書け. 0.1pt

Rod #1 からデジタル表示器のケーブルを外せ. 断熱用のキャップを取り除き, 熱浴の水容器の蓋のオスネジに Rod #1 のメスネジをねじ込んで取り付けよ. その後, Figure 5 に示されているように, デジタル表示器にケーブルを再接続せよ. ねじ込む際にトルクをかけ過ぎないように注意すること.



Figure 5

Experiment



Q2-7

Japanese (Japan)

- B.2** ヒーターに電力を供給して電力を測定するための回路を描け。回路には次のものが必要である：9Vの電源、ヒーター（既にロッドに接続されている）、電圧計、電流計および配線。配線を、回路を開いたり閉じたりするスイッチとして用いて良い。 0.5pt

熱伝導度は、ロッドの一端を水の熱浴と同じほぼ一定の温度に保ちながら、もう一端に熱を供給することで測定する。

8つ全ての温度センサーが定常状態に近くなることを目指す。セクション B2 で描いた回路を接続し、ヒーターに電力を供給せよ。

- B.3** ヒーターに供給される電力 P を計算する適切な測定をおこない、解答用紙に書き下せ。 0.1pt

電力を供給しながら 15 分待て。（この時間を利用して実験の計画を立てよ。）

- B.4** 約 15 分、約 17.5 分、約 20 分における 8 つ全ての温度センサーでの測定温度を解答用紙の表に書け。 0.5pt

- B.5** グラフ用紙の一つに、3 つの測定時間における温度のグラフを、それぞれ場所の関数として描け。これらのグラフはパート D でも用いられる。 1.0pt

- B.6** 時間約 17.5 分でのデータを用い、グラフから銅の熱伝導度 κ_0 を求めよ。ここでは、熱の逃げについては考えなくて良い。時間 17.5 分でのロッドの温度変化の平均的な割合 $\frac{\Delta T}{\Delta t}$ を見積もれ。 0.5pt

- B.7** 実際の κ の値に比べて、 κ_0 の値は、高い/低い/等しい のどれが期待されるか、正しいものを丸で囲め。 0.3pt

Part C : 銅の熱損失と熱容量の見積もり (4.0 points)

理論

熱容量 C は次のいずれかの式で定義される：

$$\Delta Q = C\Delta T, \quad \frac{\Delta Q}{\Delta t} = C \left(\frac{\Delta T}{\Delta t} \right). \quad (3)$$

ここで、 $\Delta Q/\Delta t$ は、物質に伝えられる単位時間あたりの正味の熱であり、 $\Delta T/\Delta t$ は温度の変化率である。比熱 c_p は単位質量あたりの熱容量である。銅ロッドの質量は 0.58 kg とせよ。

実験

ヒーターの電源を切れ。回路を取り外し、ねじをゆるめて Rod # 1 をテーブル上に置け。先の実験で外した、ロッドの端面を断熱するためのキャップをロッドに再び取り付けよ。ヒーター回路を再接続し、ヒーター電

Experiment



Q2-8

Japanese (Japan)

源はオフにしたままで、ロッドをデジタル表示器に再接続せよ。

注意: この Part では、温度変化の様子を確認せずにヒーターを長時間つけたままにはしないこと。

一連の冷却、加熱、再冷却の過程を利用して、物質における熱の逃げと熱容量の両方を求めることができる。加熱の段階では、平均温度を約 2.5°C 変化させよ。この段階に必要な精度は、全体として 10-15 分かかると一連の冷却-加熱-再冷却の過程で得られる。

ここでは、Part B においてほぼ定常状態となった際の平均温度付近で実験を行うことを目指す。

ロッドに蓄えられる全ての熱的なエネルギーを説明するために、ロッドの平均温度の変化を追いたい。ロッドの中心の温度は、平均温度の良い近似となる。

C.1 平均温度を求めるため、一連の冷却-加熱-冷却を行って Table C1 に測定値を記録せよ。 1.0pt

C.2 グラフ用紙に、平均温度を時間に対してプロットせよ。 1.0pt

C.3 グラフを利用して、Part B の平均温度付近での比熱 c_p と単位時間あたりの熱の逃げ P_{loss} を計算せよ。図と式を用いて、計算した方法を説明せよ。 1.0pt

Part B で求めた熱伝導度の精度を向上させるために、考慮すべきメカニズムが主に 2 つある。

- 断熱材を通して動径方向に熱が逃げている。
- 測定時に系が定常状態に達していなかった。

一次の近似では、これらの機構に起因する、ロッドに沿った熱流の単位長さあたりの変化 $\Delta P(x)/\Delta x$ は一定としてよい。

C.4 両方のメカニズムを考慮して、Part B で得た熱伝導度に一次の補正を入れた式を書き下せ。補正された熱伝導度 κ_{Copper} を、Part B と Part C で出てきた $\kappa_0, P, c_p, m, P_{\text{loss}}, \frac{\Delta T}{\Delta t}$ で表し、その値も計算せよ。 1.0pt

Part D: 真鍮 (brass) とアルミニウム (aluminum) の熱伝導度 (1.0 points)

熱的に絶縁された Rod #2 をデジタル表示器に接続し、このロッドの温度センサーの校正を、パート B の最初に示されているようにおこなえ。

D.1 テーブル上に設置したときの Rod #2 の初期温度を解答用紙に書け。 0.1pt

Rod #2 からデジタル表示器のケーブルを外せ。Figure 5 のように熱浴の水容器の蓋のオスネジにロッド 2 のメスネジをねじ込んで取り付けよ。その後、デジタル表示器にケーブルを再接続せよ。

Part B で用いた手順を繰り返す、加熱しながら定常状態に近い状態とせよ。

測定を始める前にヒーターには少なくとも **15 分間** 電力を供給せよ。

このパートで要求されている精度では、ロッドが定常状態にあると仮定して良い。加えて、ロッドに沿った単位長さあたりの熱の逃げは一定であると仮定して良い。

D.2 Rod #2 の 8 つ全ての温度センサーの温度を解答用紙に書け。さらに、各セクションにおける温度勾配 $\Delta T/\Delta x$ を書け。 0.2pt



1 次の近似としては，問題 C.4 での仮定と同じ仮定を用いて良い．つまり $\Delta P(x)/\Delta x$ は一定として良い．

- D.3** これまでの測定を用いて真鍮の熱伝導度 κ_{Brass} とアルミニウムの熱伝導度 κ_{Aluminum} を表し，数値的に見積もれ． 0.7pt

Part E: ヴィーデマン-フランツの法則 (0.5 points)

ヴィーデマン-フランツの法則は，熱伝導が伝導電子に支配されている金属において，熱伝導度と電気伝導度の比が絶対温度に線形に比例すると主張する．さらに，この関係における傾き $L = \frac{\kappa}{\sigma T}$ (ローレンツ係数と呼ばれる) がほとんどの金属で同じであり，自然界の普遍定数で書けることも主張する．現実には，この法則は室温の金属に対して約 10% の精度で成り立つ．

- E.1** Table E1 に，熱伝導度と電気伝導度 (κ, σ) について実験で得られた結果を書け．熱伝導度が一次までの近似では温度に依存しないことを仮定し，それぞれの物質に対して L の値を計算して同じ table E1 に書け． 0.5pt