

複屈折を利用した厚さ測定 (10点)

この問題では、不確かさの解析は不要である。

複屈折は、光が屈折率の異なる2本の光線として伝播する結晶の光学特性である。直交する結晶軸 x と y が複屈折結晶の入射面に平行な場合 (図1)、結晶に垂直入射した直線偏光の電界 E は、それぞれ屈折率 n_o と n_e で伝搬する2つの互いに直交した E_x と E_y に分解される。厚さ L の結晶の場合、 x -偏光と y -偏光の光線が結晶を通過するときの位相シフト Γ_x と Γ_y はそれぞれ次式で与えられる。

$$\Gamma_x = \frac{2\pi}{\lambda} n_o L, \quad (1)$$

$$\Gamma_y = \frac{2\pi}{\lambda} n_e L, \quad (2)$$

ここで、 λ は真空中の光の波長である。

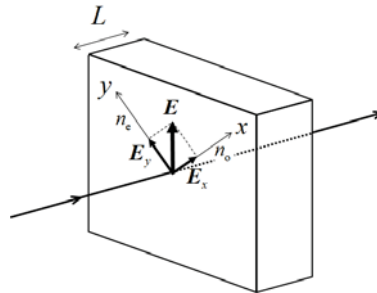


図1：複屈折結晶に垂直入射した直線偏光の電場 (E) のベクトル分解。

2本の光線の位相差 Γ は次の通りである。

$$\Gamma = \Gamma_y - \Gamma_x = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n L, \quad (3)$$

ここで、

$$\Delta n = n_e - n_o \quad (4)$$

は複屈折である。光の電場は、位相差 Γ を持つ E_x と E_y のベクトル和であるため、結晶を通過した後の光は、入射光の直線偏光に垂直な偏光成分を持つ。

I_{\parallel} と I_{\perp} はそれぞれ、結晶を通過した後の、入射光の直線偏光方向に対して平行な光と垂直な光の成分の強度を表すとする。以下、入射光の直線偏光方向 (図1の E) を x 軸に対して 45° とする。そして、垂直成分 I_{Norm} の正規化強度は次式で与えられる。

$$I_{\text{Norm}} = \frac{I_{\perp}}{I_{\text{Total}}} = \sin^2 \frac{\Gamma}{2}, \quad (5)$$

ここで、 I_{Total} は全透過光強度、 $I_{\parallel} + I_{\perp}$ である。

入射光の波長を変化させて、 I_{Norm} が 0 と 1 の間で振動するような実験を計画することができる。 $I_{\text{Norm}} = 0$ となる波長を λ_m ($m = 1, 2, 3, \dots$) として、次のような位相差 Γ_m を求める。

$$\Gamma_m = \frac{2\pi}{\lambda_m} \Delta n(\lambda_m) L = 2\pi m. \quad (6)$$

この式により、既知の $\Delta n(\lambda_m)$ に対して複数の λ_m が測定できれば、結晶の厚さ L を決定することができる。この実験では、石英板の厚さを測定する。石英は複屈折性で、屈折率 n_o 、 n_e の真空中の波長に対する依存性は図 2 に示すとおりである。

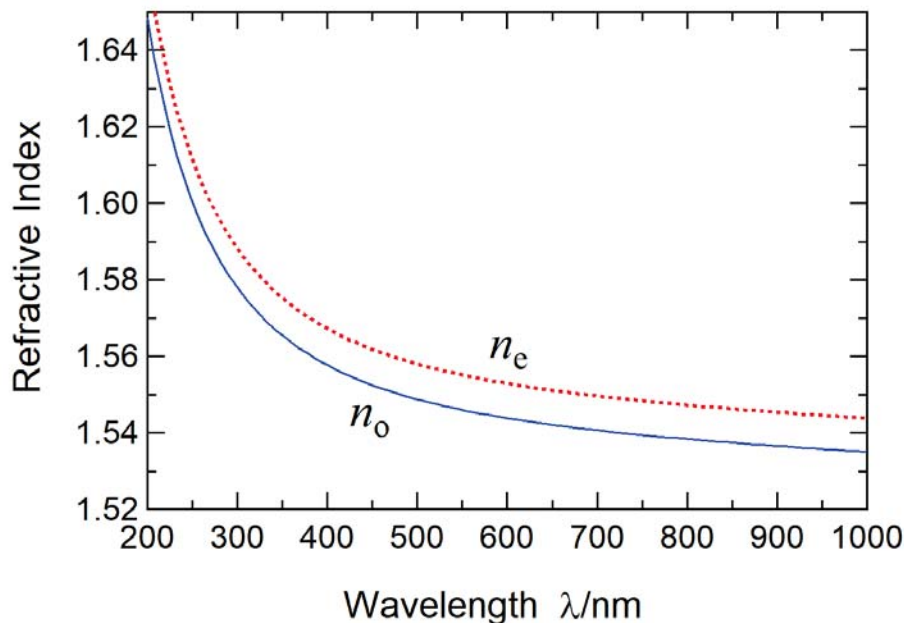


図 2：石英の屈折率 n_o と n_e の波長依存性。

図 3 は厚さの測定系を示す。図 4 と図 5 に示すのは、光学機器と光学部品と素子である。光源として白色発光ダイオード (LED) が使用され、青色 LED と蛍光体が含まれている。青色 LED からの光が蛍光体に照射されると、連続スペクトルを持つ白色光が放出される。この白色 LED からの光は、透過型回折格子 G により分光され、偏光板 $P1$ により直線偏光される。その偏光方向 (図 1 の E) は、石英板 Q の x -軸から 45° ずれている。 Q 通過後の光の偏光成分、すなわち $P1$ の偏光方向と平行および垂直な偏光成分は、偏光板 $P2$ を回転させることによって選択される。光検出器は光強度を測定する。

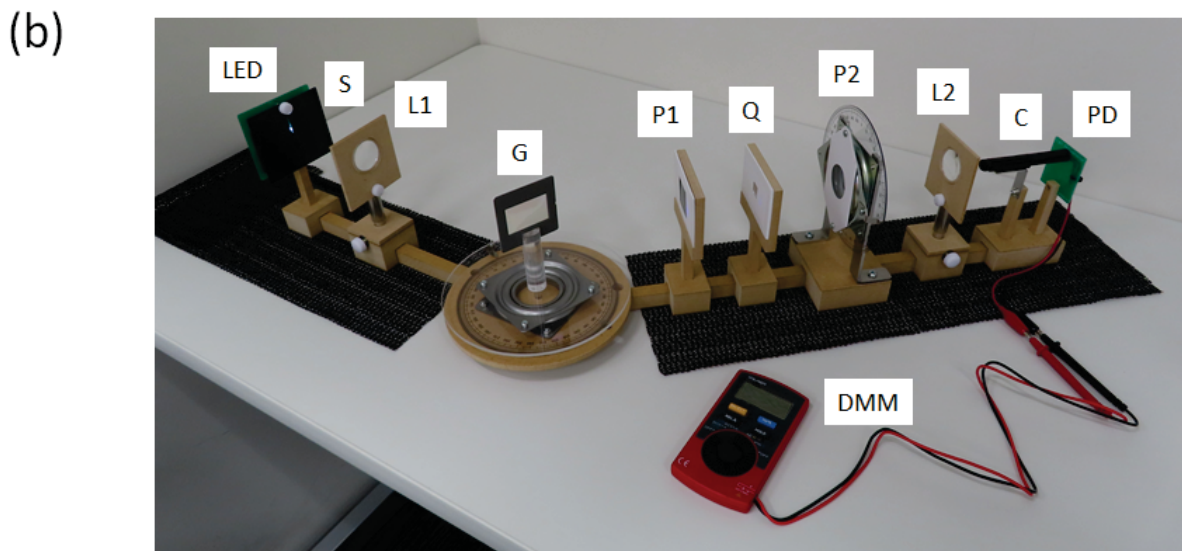
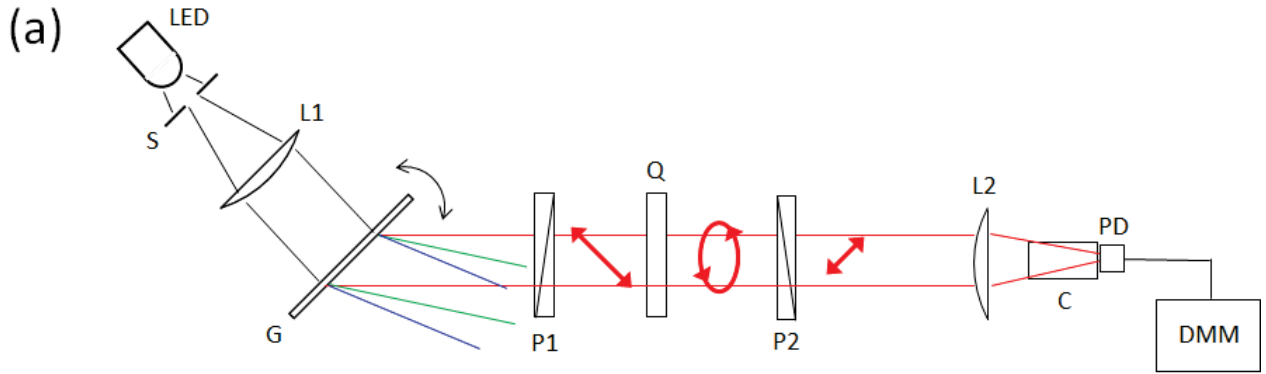


図 3: (a) 厚さの測定系の概略図と写真。LED：白色 LED、S：スリット、L1：コリメートレンズ、G：透過型回折格子、P1：偏光板、Q：石英板、P2：偏光板、L2：集光レンズ、C：遮光筒、PD：光検出器、DMM：デジタルマルチメーター。

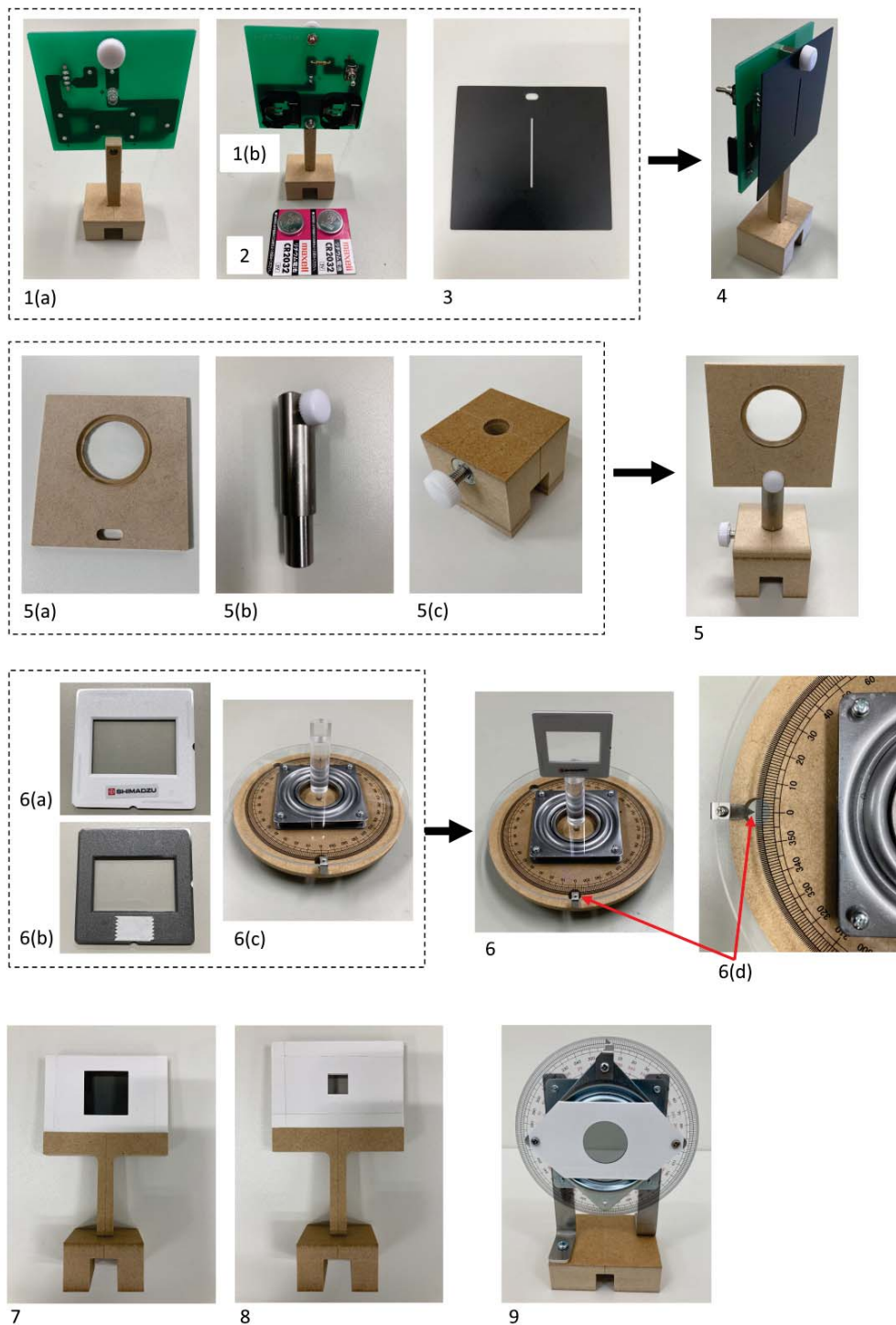


図 4: 構成部品と装置: **1(a)**. 白色 LED モジュール (正面); **1(b)**. 白色 LED モジュール (裏面); **2**. 電池; **3**. スリット (図 3 の S); **4**. スリットを取り付けた LED; **5**. レンズ (図 3 の L1,L2); **5(a)**. 取り付けたレンズ; **5(b)**. レンズ取り付け柱; **5(c)** 柱台; **6**. **6(c)**. 回転ステージ (図 3 の G) 上の透過回折格子 (**6(a)**. 前面; **6(b)**. 背面/粘着テープ付き); **6(d)**. 回転ステージ上の角度読み出し装置; **7**. 偏光板 (図 3 の P1); **8**. 石英板 (図 3 の Q); **9**. 回転架台上的偏光板 (図 3 の P2).

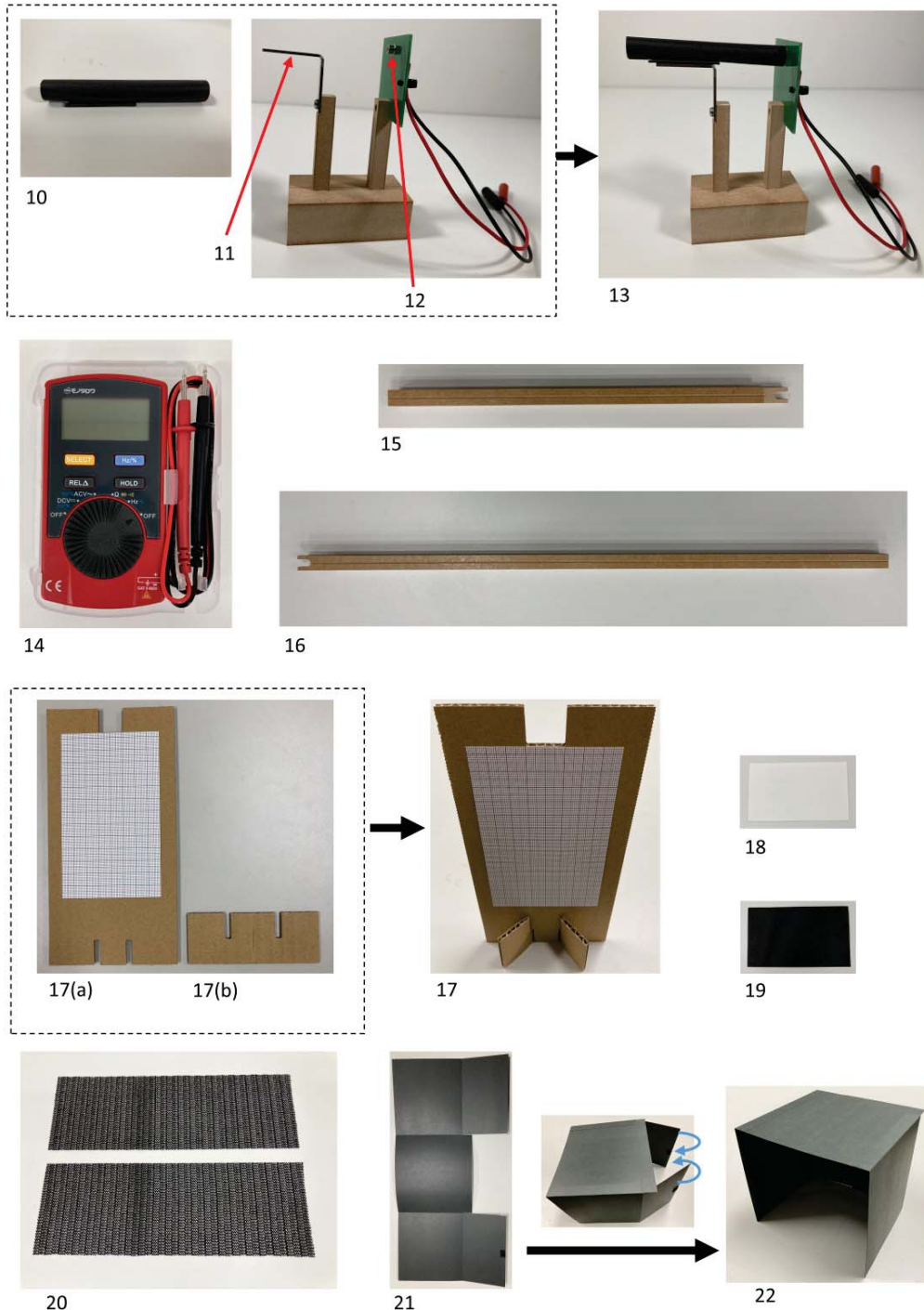


図 5：構成部品と装置（続き）：10. 遮光筒（磁石付き）(図 3 の C)；11. 遮光筒台；12. 光検出器（図 3 の PD）；13. 遮光筒付き光検出器；14. デジタル・マルチメーター（図 3 の DMM）；15. ガイドレール（短）；16. ガイドレール（長）；17. 組み立てたスケール；18. 白いカード；19. 黒いカード；20. 滑り止めシート；21 と 22. 遮光ボックス（組み立て前と組み立てた状態）。

パートA：測定系のセットアップ (2.3 ポイント)

LED 出力が回折格子面に垂直入射しているとする (図 6)。垂直入射における G の回転角 θ を 0° と定義する。反時計回りと時計回りの回転は、それぞれ $+$ と $-$ で示される。1 次の回折角 α は図のように定義される。 G の格子定数 d を用いると、波長 λ は θ の項で次のように与えられる。

$$\lambda = d \sin(\alpha - \theta) + d \sin \theta \quad (7)$$

$$= 2d \sin \frac{\alpha}{2} \cos \left(\frac{\alpha}{2} - \theta \right). \quad (8)$$

以下では、 $d = 1.00 \mu\text{m}$ 、固定回折角 $\alpha = 40.0^\circ$ を使用する。

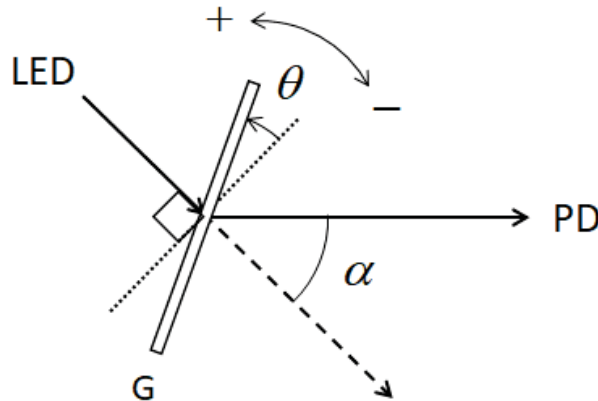


図 6：透過回折格子 G の回転角 θ と回折角 α 。

A.1	測定可能な最長波長 λ と、それに対応する θ を計算せよ。	0.3 pt
------------	---	--------

A.2	$\lambda = 440 \text{ nm}$ に対応する θ の値を計算せよ。	0.2 pt
------------	--	--------

測定系のセットアップ手順は以下の通り。

- [1] 台座 (17(b)) を使ってスケールを直立させる (図 5 の 17)。
- [2] 白色 LED モジュールに電池を 2 個セットする。" + " 側を手前にする。
- [3] LED を点灯させる。
- [4] 白色 LED モジュール前面のネジを外す。スリットを白色 LED モジュールにネジ (図 4 の 4) で取り付ける。スケールを使用して、透過白色光束が最も明るくなるようにスリット位置を調整し、スリット出口のビーム中心の高さを測定する (手順 [9] のため)。
- [5] ガイドレール (長) のコの字型に開いた溝の端を、ガイドレール (短) の上に乗せる (図 7(i))。回転ステージの下面から突き出ている回転軸を、ガイドレールでできた"仮想"貫通穴に挿入する (図 7(ii))。図 7(iii) を参考に、両ガイドレールが回転軸を中心に自由かつスムーズに回転することを確認する。ガイドレール (長) がテーブル上で、 $0^\circ \leq \alpha \leq 40.0^\circ$ の範囲で安定していることを確認せよ。

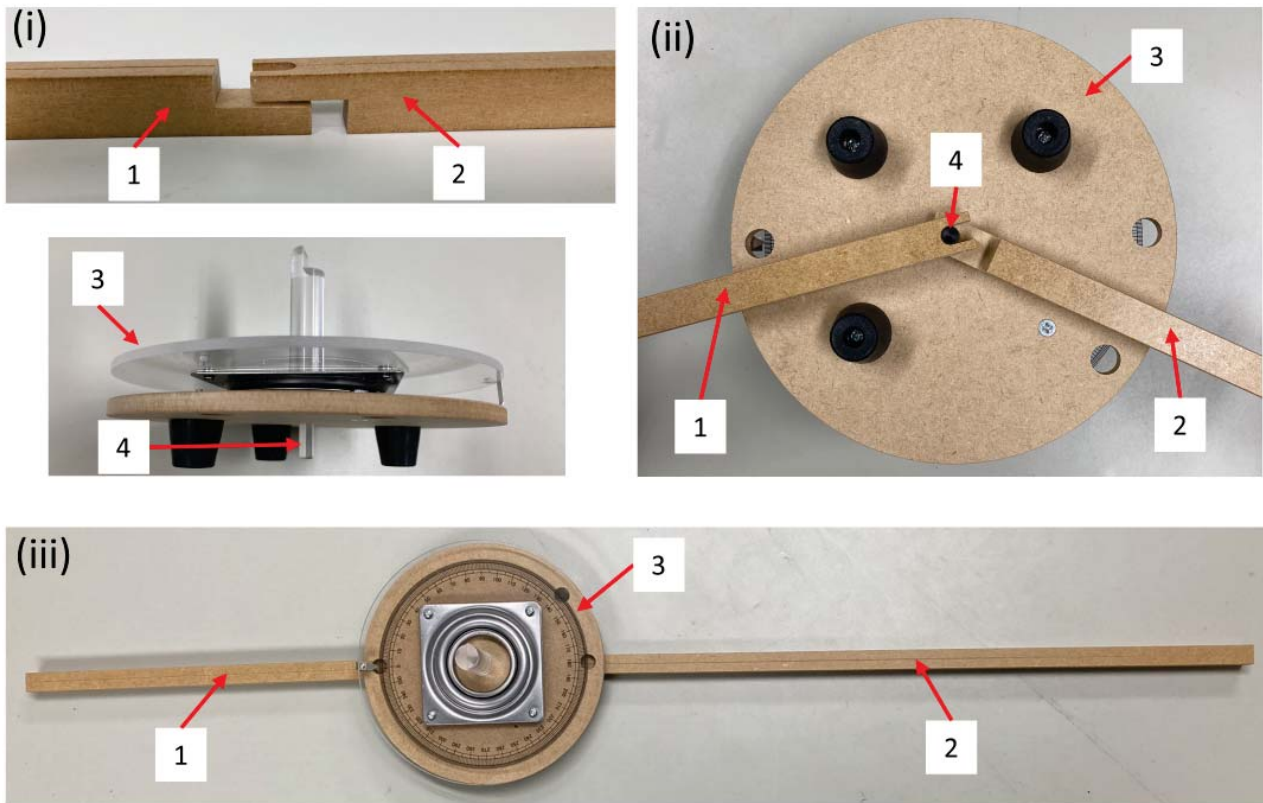


図 7: (i) ガイドレール (短) の U 字型に開いた溝の端を、ガイドレール (長) の下に差し込み、“仮想”貫通穴を作る。(ii) “仮想”貫通穴に、回転ステージの底面から突き出た軸を挿入する。(iii) ガイドレールが軸を中心に自由に回転する回転ステージの上面図。1. ガイドレール (短)、2. ガイドレール (長)、3. 回転ステージ、4. 回転ステージの軸。

[6] ガイドレール (短) の中心線を回転ステージの目盛りの 0° に合わせ、その位置で保持する。ガイドレール (短) の下に滑り止めシートを敷いてもよい。

[7] レンズを組み立てる (図 4 の 5)。

[8] 白色 LED モジュールのスリットとレンズ (図 3 の L1) をガイドレール (短) の上に置く。スリットと L1 の間の距離を調整し、L1 を通過した後の光ビームの大きさが光路上でほぼ一定になるように、つまり平行光になるようにする。

[9] スケールを使い、L1 の後のビーム高さを測定する。レンズ柱台の止めネジを緩め、必要に応じて柱を動かして、スリット直後のビーム高さと同じになるように L1 のレベルを調整する。

[10] ガイドレール長の中心線を回転ステージの角度目盛りの 180° に合わせる。

[11] レンズ取り付け台の水平位置 (図 4 の 5(a)) を、止めネジを緩めて左右に動かす。L1 以降のビーム中心がガイドレール (長) の中心線と一致するようにする。スケールを逆さまにしてガイドレール (長) の上に置いて調べるのも良い。

[12] 透過型回折格子 (図 4 の 6(b)) の裏面の両面粘着テープの保護紙を剥がし、回転ステージ (図 4 の 6) の軸上に貼り付ける。

[13] 回折格子の正面側を光源に向け、反射光がスリットに入射するように、すなわち $\theta = 0^\circ$ (垂直入射) になるようにステージを回転させる。回転ステージの角度 θ_{Stage} を記録する。これは後ほど B.1 で用いる。

[14] ガイドレール (長) を軸の周りに動かし、 $\alpha = 40.0^\circ$ になるようにする (図 6)。一度固定したら、偶発的なズレを防ぐために、その後にもう 1 枚すべり止めシートを貼っても構わない。

[15] レンズ (図 3 の L2) と受光素子 (図 3 の PD) を、遮光筒取り付け台ともにガイドレール (長) 上に置きます。回折光を PD に集光させるため、ガイドレール (長) に沿って PD と L2 の距離を調整し、L2 の高さも調整する。これにより、垂直方向のビーム径が最小になる。白いカードでビーム径を確認する。肉眼で認識できないほどビームが弱い場合は、遮光ボックスで PD を覆う。

[16] 遮光筒を台にセットする (図 5 の 13)。遮光筒は検出される不要な光を最小限に抑える。

[17] DMM に PD を接続する。赤 (黒) のジャンプワイヤーを赤 (黒) 端子に接続する。マルチメータを直流電圧測定モードに設定する。

[18] DMM の測定値が最大になるように L2 の高さを調整する。以下では、光の強さを DMM の電圧値で識別する。

A.3 回転ステージを回転させ、青色 LED の発光スペクトル密度が最大になる角度 θ と対応する波長を求めよ。ただし、 $\alpha = 40.0^\circ$ と仮定すること。波長の答えとなるピークは、450~460nm の範囲にあるはずである。範囲外の値は、ズレを意味する。その場合、 λ_{peak} が上記の望ましい範囲に収まるように、セットアップを変更せずに、 α に適切な補正値を加える必要がある。補正が必要ない場合は、正しくアライメントされているので、 $\alpha = 40.0^\circ$ と解答用紙に記入し、続行する。そうでなければ、 α の真の値を求めなければならない。 λ_{peak} の元の値が上記の波長範囲に収まるように λ_{peak} の元の値を含め、何も変えずに、 α の補正値を求めなさい。この α を解答用紙に記録し、続く残りの問題に使用せよ。 0.8 pt

[19] 偏光板 (図 3 の P1、P2) をガイドレール (長) にセットする。

A.4 回転ステージを $\theta = -15.0^\circ$ の位置にセットする。DMM の測定値を見ながら、偏光板 P1 の透過光に対して偏光方向が垂直になる偏光板 P2 の回転架台の角度 φ_\perp を求めよ。この結果から、偏光板 P2 の偏光方向が偏光板 P1 の偏光方向と平行であるときの偏光板 P2 の回転架台の角度 φ_\parallel を求める。 0.3 pt

A.5 スリットの前に黒いカードを置き、スリットを通る光を遮断する。そうすることで、システムのバックグラウンド、すなわち光強度がゼロのオフセットを評価することができる。偏光板 P2 の回転架台の角度をそれぞれ φ_\perp と φ_\parallel としたときの光強度を $I_{\text{Offset } \perp}$ と $I_{\text{Offset } \parallel}$ と定義する。オフセット $I_{\text{Offset } \perp}$ と $I_{\text{Offset } \parallel}$ を測定せよ。なお、 $I_{\text{Offset } \perp}$ と $I_{\text{Offset } \parallel}$ は光源以外の光によるものである。光源からの真の寄与を決定するためには、これらを減算によって除去しなければならない。 0.2 pt

A.6 I_\perp および I_\parallel は、偏光板 P2 の回転架台の角度をそれぞれ φ_\perp および φ_\parallel としたときの光源からの光強度を示す。 $\theta = -15.0^\circ$ のときの光強度 I_\perp と I_\parallel を測定せよ。 0.5 pt

パート B. 透過光強度の測定 (4.7 点)

以下、必要に応じ、A.3 において α の補正値を用いて算出した λ の値を使用する。

B.1 偏光板 P1 と P2 の間に石英板を置き、さまざまな角度 θ で透過光強度 I_{\perp} と I_{\parallel} を測定せよ。測定は、440nm から 660nm の波長範囲を完全にカバーする必要がある。以下に示すパラメータを表に示しなさい： θ_{Stage} (回転ステージの角度測定値)、 θ , λ , I_{\perp} , I_{\parallel} , $I_{\text{Total}} = I_{\perp} + I_{\parallel}$, $I_{\text{Norm}} = I_{\perp}/I_{\text{Total}}$ 。 θ_{Stage} の値が増加すると、 θ の値は同じ値で減少し、逆もまた同様であることに注意すること。提供された表のすべての行を使用する必要はないが、正確な結果を得るために十分なデータを取らなければならない。

B.2 白色 LED のスペクトル、すなわち I_{Total} を波長に対してグラフにプロットせよ。 1.0 pt

B.3 白色 LED に組み込まれた青色 LED のスペクトルの半値幅 $\Delta\lambda_{\text{FWHM}}$ を求める。これは、最大振幅の半分にある点の間で測定されるピークの幅である。 0.2 pt

B.4 I_{Norm} のスペクトルをグラフにプロットせよ。 1.5 pt

パート C : 測定結果の分析 (3.0 ポイント)

C.1 I_{Norm} グラフから、強度が極小値となる波長をすべて見つけよ。式 (6) に従った関連次数 m は、対応する波長のもとに与えなければならない。複屈折 Δn を求めるには、表 1 に示した n_o と n_e の値を使用せよ。 1.5 pt

C.2 試料の厚さ L を求めよ。 1.5 pt

表 1：石英の屈折率 n_o および n_e (400-700 nm)。

λ/nm	n_o	n_e	λ/nm	n_o	n_e	λ/nm	n_o	n_e
400	1.55769	1.56725	434	1.55394	1.56337	467	1.55107	1.56041
401	1.55756	1.56712	435	1.55384	1.56327	468	1.55099	1.56033
402	1.55744	1.56700	436	1.55374	1.56318	469	1.55091	1.56025
403	1.55732	1.56687	437	1.55365	1.56308	470	1.55084	1.56017
404	1.55720	1.56674	438	1.55355	1.56298	471	1.55076	1.56009
405	1.55707	1.56662	439	1.55346	1.56288	472	1.55068	1.56001
406	1.55695	1.56649	440	1.55337	1.56278	473	1.55061	1.55993
407	1.55684	1.56637	441	1.55327	1.56269	474	1.55054	1.55986
408	1.55672	1.56625	442	1.55318	1.56259	475	1.55046	1.55978
409	1.55660	1.56613	443	1.55309	1.56250	476	1.55039	1.55970
410	1.55648	1.56601	444	1.55300	1.56240	477	1.55031	1.55963
411	1.55637	1.56589	445	1.55291	1.56231	478	1.55024	1.55955
412	1.55625	1.56577	446	1.55282	1.56222	479	1.55017	1.55948
413	1.55614	1.56565	447	1.55273	1.56213	480	1.55010	1.55940
414	1.55603	1.56554	448	1.55264	1.56203	481	1.55003	1.55933
415	1.55592	1.56542	449	1.55255	1.56194	482	1.54995	1.55926
416	1.55580	1.56531	450	1.55247	1.56185	483	1.54988	1.55918
417	1.55569	1.56519	451	1.55238	1.56176	484	1.54981	1.55911
418	1.55558	1.56508	452	1.55229	1.56167	485	1.54974	1.55904
419	1.55548	1.56497	453	1.55221	1.56159	486	1.54967	1.55897
420	1.55537	1.56485	454	1.55212	1.56150	487	1.54961	1.55890
421	1.55526	1.56474	455	1.55204	1.56141	488	1.54954	1.55883
422	1.55515	1.56463	456	1.55195	1.56132	489	1.54947	1.55875
423	1.55505	1.56452	457	1.55187	1.56124	490	1.54940	1.55868
424	1.55494	1.56442	458	1.55179	1.56115	491	1.54933	1.55862
425	1.55484	1.56431	459	1.55171	1.56107	492	1.54927	1.55855
426	1.55474	1.56420	460	1.55162	1.56098	493	1.54920	1.55848
427	1.55463	1.56410	461	1.55154	1.56090	494	1.54913	1.55841
428	1.55453	1.56399	462	1.55146	1.56082	495	1.54907	1.55834
429	1.55443	1.56389	463	1.55138	1.56073	496	1.54900	1.55827
430	1.55433	1.56378	464	1.55130	1.56065	497	1.54894	1.55821
431	1.55423	1.56368	465	1.55122	1.56057	498	1.54887	1.55814
432	1.55413	1.56358	466	1.55115	1.56049	499	1.54881	1.55807
433	1.55403	1.56348						

λ/nm	n_o	n_e	λ/nm	n_o	n_e	λ/nm	n_o	n_e
500	1.54875	1.55801	534	1.54678	1.55597	567	1.54518	1.55432
501	1.54868	1.55794	535	1.54673	1.55592	568	1.54514	1.55427
502	1.54862	1.55788	536	1.54667	1.55587	569	1.54509	1.55423
503	1.54856	1.55781	537	1.54662	1.55581	570	1.54505	1.55418
504	1.54850	1.55775	538	1.54657	1.55576	571	1.54500	1.55414
505	1.54843	1.55768	539	1.54652	1.55570	572	1.54496	1.55409
506	1.54837	1.55762	540	1.54647	1.55565	573	1.54492	1.55405
507	1.54831	1.55756	541	1.54642	1.55560	574	1.54487	1.55400
508	1.54825	1.55749	542	1.54637	1.55555	575	1.54483	1.55396
509	1.54819	1.55743	543	1.54632	1.55549	576	1.54479	1.55391
510	1.54813	1.55737	544	1.54627	1.55544	577	1.54474	1.55387
511	1.54807	1.55731	545	1.54622	1.55539	578	1.54470	1.55383
512	1.54801	1.55725	546	1.54617	1.55534	579	1.54466	1.55378
513	1.54795	1.55718	547	1.54612	1.55529	580	1.54462	1.55374
514	1.54789	1.55712	548	1.54607	1.55524	581	1.54458	1.55370
515	1.54783	1.55706	549	1.54602	1.55519	582	1.54453	1.55365
516	1.54777	1.55700	550	1.54597	1.55514	583	1.54449	1.55361
517	1.54772	1.55694	551	1.54592	1.55509	584	1.54445	1.55357
518	1.54766	1.55688	552	1.54587	1.55504	585	1.54441	1.55352
519	1.54760	1.55682	553	1.54583	1.55499	586	1.54437	1.55348
520	1.54754	1.55676	554	1.54578	1.55494	587	1.54433	1.55344
521	1.54749	1.55671	555	1.54573	1.55489	588	1.54429	1.55340
522	1.54743	1.55665	556	1.54568	1.55484	589	1.54425	1.55336
523	1.54738	1.55659	557	1.54564	1.55479	590	1.54421	1.55331
524	1.54732	1.55653	558	1.54559	1.55474	591	1.54417	1.55327
525	1.54726	1.55648	559	1.54554	1.55470	592	1.54413	1.55323
526	1.54721	1.55642	560	1.54550	1.55465	593	1.54409	1.55319
527	1.54715	1.55636	561	1.54545	1.55460	594	1.54405	1.55315
528	1.54710	1.55631	562	1.54541	1.55455	595	1.54401	1.55311
529	1.54705	1.55625	563	1.54536	1.55451	596	1.54397	1.55307
530	1.54699	1.55619	564	1.54531	1.55446	597	1.54393	1.55303
531	1.54694	1.55614	565	1.54527	1.55441	598	1.54389	1.55299
532	1.54688	1.55608	566	1.54522	1.55437	599	1.54385	1.55295
533	1.54683	1.55603						

λ/nm	n_o	n_e	λ/nm	n_o	n_e	λ/nm	n_o	n_e
600	1.54382	1.55291	634	1.54260	1.55165	667	1.54157	1.55059
601	1.54378	1.55287	635	1.54257	1.55162	668	1.54154	1.55056
602	1.54374	1.55283	636	1.54254	1.55159	669	1.54151	1.55053
603	1.54370	1.55279	637	1.54250	1.55155	670	1.54148	1.55050
604	1.54366	1.55275	638	1.54247	1.55152	671	1.54145	1.55047
605	1.54363	1.55271	639	1.54244	1.55148	672	1.54143	1.55044
606	1.54359	1.55267	640	1.54241	1.55145	673	1.54140	1.55041
607	1.54355	1.55264	641	1.54237	1.55142	674	1.54137	1.55038
608	1.54351	1.55260	642	1.54234	1.55138	675	1.54134	1.55035
609	1.54348	1.55256	643	1.54231	1.55135	676	1.54131	1.55032
610	1.54344	1.55252	644	1.54228	1.55132	677	1.54128	1.55029
611	1.54340	1.55248	645	1.54224	1.55128	678	1.54125	1.55026
612	1.54337	1.55245	646	1.54221	1.55125	679	1.54123	1.55023
613	1.54333	1.55241	647	1.54218	1.55122	680	1.54120	1.55020
614	1.54330	1.55237	648	1.54215	1.55119	681	1.54117	1.55017
615	1.54326	1.55233	649	1.54212	1.55115	682	1.54114	1.55014
616	1.54322	1.55230	650	1.54209	1.55112	683	1.54111	1.55011
617	1.54319	1.55226	651	1.54206	1.55109	684	1.54109	1.55009
618	1.54315	1.55222	652	1.54202	1.55106	685	1.54106	1.55006
619	1.54312	1.55219	653	1.54199	1.55102	686	1.54103	1.55003
620	1.54308	1.55215	654	1.54196	1.55099	687	1.54100	1.55000
621	1.54305	1.55211	655	1.54193	1.55096	688	1.54098	1.54997
622	1.54301	1.55208	656	1.54190	1.55093	689	1.54095	1.54994
623	1.54298	1.55204	657	1.54187	1.55090	690	1.54092	1.54992
624	1.54294	1.55201	658	1.54184	1.55087	691	1.54090	1.54989
625	1.54291	1.55197	659	1.54181	1.55083	692	1.54087	1.54986
626	1.54287	1.55193	660	1.54178	1.55080	693	1.54084	1.54983
627	1.54284	1.55190	661	1.54175	1.55077	694	1.54081	1.54980
628	1.54280	1.55186	662	1.54172	1.55074	695	1.54079	1.54978
629	1.54277	1.55183	663	1.54169	1.55071	696	1.54076	1.54975
630	1.54274	1.55179	664	1.54166	1.55068	697	1.54073	1.54972
631	1.54270	1.55176	665	1.54163	1.55065	698	1.54071	1.54969
632	1.54267	1.55172	666	1.54160	1.55062	699	1.54068	1.54967
633	1.54264	1.55169				700	1.54066	1.54964