

物理チャレンジ 2006 応募理論問題・応募実験問題

この度は「物理チャレンジ 2006」に参加申込みいただき、ありがとうございます。
応募される皆さんは、この応募理論問題と応募実験問題に自分の力でチャレンジして、
応募理論問題の解答および応募実験問題のレポートを期日までに提出してください。
なお、提出にあたっては、以下の点にご注意ください。

(注意事項)

1. 解答・レポートの提出期限は、2006年5月18日(木) (当日消印有効) です。
2. 応募理論問題の解答ならびに応募実験問題のレポートには、鉛筆、シャープペンシル、ボールペンなどを用い、濃い黒字ではっきりと書いてください。
3. 問題を解くにあたって参考書などを参照したり、先生やまわりの人に指導やアドバイスを受けても差し支えありません。ただし、提出する解答とレポートは自分で書いてください。
4. 応募理論問題の解答は、同封されている解答用紙に記入してください。応募実験問題のレポートには同封の表紙を付け、レポート本文はA4の用紙を用い、必ずページ番号をつけてください。レポート本文の用紙はA4であれば様式は問いません。
応募理論問題の解答用紙および応募実験問題のレポート用表紙は、下記の物理チャレンジホームページからダウンロードすることもできます。
5. 解答およびレポートの提出は、同封の返信用封筒を用いて、下記の物理チャレンジ組織委員会事務局宛に提出してください。FAXでの提出は受け付けていません。必ず郵送で提出してください。
6. 提出された解答とレポートは返却いたしません。控えが必要なときは、自分でコピーを残しておいてください。また、この問題冊子は各自で保管してください。
7. 提出の方法や物理チャレンジ全体について不明な点や聞きたいことがあるときは、下記宛にE-mailまたはFAXでお問い合わせください。解答に関わる内容については原則としてお答えできません。

<解答・レポート提出およびお問い合わせ先>

物理チャレンジ組織委員会事務局

住所：〒102-0091

東京都千代田区北の丸公園 2 番 1 号 科学技術館内

E-mail : physchal@jsf.or.jp FAX : 03-3212-7790

ホームページ : <http://www.phys-challenge.jp/>

物理チャレンジ組織委員会

I. 物理チャレンジ2006 応募理論問題

応募理論問題は、大問2題からなります。すべての問題にチャレンジしてください。解答の評価にあたっては、答だけではなく考え方を重視しますので、次の点に注意して答案を作成してください。

- ① それぞれの問題について、最終的な答のみではなく、それに至る道すじを詳しく記述すること。
- ② 参考書やインターネットを利用してもよいが、必ず引用文献または参考文献の名称（インターネットはURL）を記載することとし、解答は自ら理解したことをまとめること。

提出する解答は、同封されている「応募理論問題解答用紙（全5枚）」に記入し、全5枚をまとめて左肩をホチキスなどで綴じて提出してください（白紙のページにも氏名と在学または卒業学校名を記入してください）。

解答用紙は、物理チャレンジホームページからダウンロードすることもできます。この問題冊子の表紙をご参照ください。

以下の問題では、角度の単位として [rad(ラジアン)] を用いる。ここで、 π [rad] = 180° である。

第1問 摩擦のあるアトウッドの器械

[I] 図1のように、中心軸が水平で紙面に垂直方向に伸びた固定された正四角柱 ABCD(面 AB は水平面と $\frac{\pi}{4}$ の角度をなす)の上側の2つの面 AB, BC 上にそれぞれ物体 P, Q が糸 S_1 で結ばれ、物体 P, Q からは糸 S_0, S_2 が伸ばされている。ここで、糸 S_1 は水平であり、糸 S_0 と S_2 は鉛直である。物体 P, Q と糸の質量は無視でき、P と面 AB の間、Q と面 BC の間には摩擦があり、その静止摩擦係数はともに μ_0 である。ただし、P は辺 AB に、Q は辺 BC に、つねに接しているものとする。

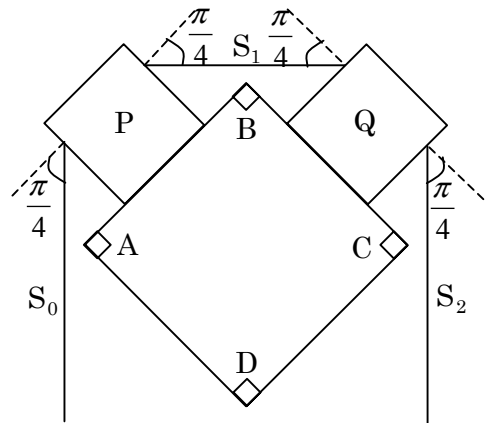


図1

問1 糸 S_0 の張力の大きさを T_0 とするとき、物体 P を静止させるための糸 S_1 の張力の大きさの最小値 T_1 を求めよ。

問2 糸 S_0 の端に質量 M のおもりをつるすとき、物体 P, Q をともに静止させるために糸 S_2 の端につるすべきおもりの質量の最小値 m_2 を求めよ。

[II] 次に[I]の正四角柱を正 $2n$ 角柱($n = 2, 3, \dots$)に拡張しよう。正 $2n$ 角柱の上側の n 個の面上に n 個の物体が置かれ、糸で結ばれ、糸はすべて張られている。正 $2n$ 角柱の各面と糸のなす角度は $\frac{\pi}{2n}$ である。物体と糸の質量はすべて無視でき、各物体と正 $2n$ 角柱の各面との間の静止摩擦係数はいずれも μ_0 である。

問3 最左端の物体から鉛直に伸ばされた糸の端に質量 M のおもりをつるすとき、物体を静止させるために最右端の物体から伸ばされた糸につるすべきおもりの質量の最小値 m を求めよ。

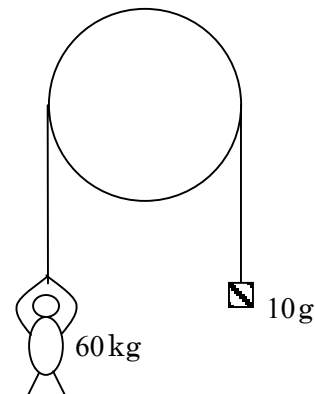


図2

[III] 図2のように、中心軸が水平で紙面に垂直方向

に伸びた固定された(回転しない)円柱に、質量の無視できるロープを巻きつけ、ロープの右端に質量10 g の小さなおもりをつるし、ロープの左端に質量60 kg の人がぶら下がるとする。ロープと円柱面の間の静止摩擦係数を1.0 とする。

問4 この人がぶら下がることのできるためには、ロープを円柱に最低何回巻きつける必要があるかを求めよ。ただし、ロープを円柱にかけただけのときを巻数 0 とし、ロープと円柱面の間のみに摩擦ははたらき、巻き付けたロープどうしの間にははたらかないものとする。また、解答に際しては、

$$x \text{ が十分小さい } (|x| \ll 1) \text{ のとき, } \cos x \doteq 1, \sin x \doteq x, \frac{1}{1-x} \doteq 1+x$$

および

$$h \rightarrow \infty \text{ のとき, } \left(1 + \frac{1}{h}\right)^h \rightarrow e = 2.718 \dots (e \text{ は自然対数の底})$$

を用いてもよい。

[IV] 図3のように、[III]の円柱に質量の無視できるロープをかけ(巻数 0)、ロープの左端に質量 M_0 のおもり W_0 を、右端に質量 $M_1 (< M_0)$ のおもり W_1 をつるし、 W_1 に、点 O で鉛直下向きの初速 v_0 を与えたところ、 W_1 は最下点に達した後、上昇に転じ点 O を上向きに通過した。ロープと円柱面の間の静止摩擦係数を1.0、動摩擦係数を $\mu (< 1.0)$ とする。

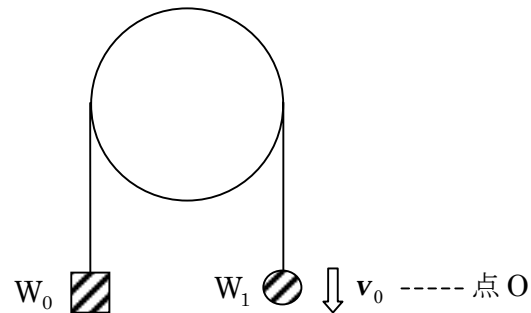


図3

問5 おもり W_1 が最下点で上昇に転ずるためには、質量の比 $\frac{M_0}{M_1}$ の値はいくらより大きくなければならないか。有効数字2桁で求めよ。

問6 おもり W_1 が点 O に戻ったときの速さ v_1 の表式を求めよ。また、 $\frac{M_0}{M_1} = 50$,

$\mu = 0.8$ のとき、 $\frac{v_0}{v_1}$ の値はいくらか。有効数字2桁で求めよ。

第2問 光の分散と屈折率

図1のように、三角プリズムに白色光をあてると、振れの角の小さい方から順に、赤、黄、紫などの色に分かれる。これを**光の分散**という。これは、光の波長により、ガラスの屈折率が異なる、すなわち、波長によりガラス中の光速が異なるために起こる。なぜこのようなことが起こるのかを考えてみよう。

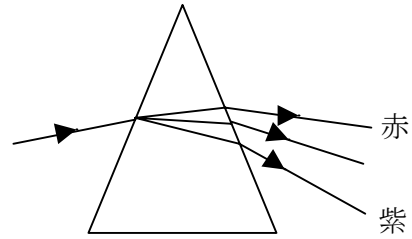


図1

光は電磁波である。一般に、誘電率 ϵ 、透磁率 μ の媒質中の光速は $\frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ で与えられる。また、真空

の誘電率を ϵ_0 、透磁率を μ_0 、波長 λ の光に対するガラスの比誘電率を $\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$ とし、ガラ

スの比透磁率 $\frac{\mu}{\mu_0}$ は波長によらず1とする。真空中での光速を c 、ある媒質中での光速を c'

とすると、その媒質の屈折率は $n = \frac{c}{c'}$ で定義される。ただし、 $c = 2.998 \times 10^8$ m/s とし、空気の屈折率は1に等しいとみなす。

問1 波長 λ の光に対するガラスの屈折率を n_G とするととき、

$$n_G^2 = \epsilon_r$$

が成り立つことを示せ。

問2 極板間が真空の平行板コンデンサー（電気容量 C_0 ）に電荷 Q を蓄えたときの極板間の電場(電界)の強さを E_0 とする。そのコンデンサーの極板間に、比誘電率 ϵ_r のガラスを完全に詰めると、電気容量は $C = \epsilon_r C_0$ となる。ガラスを詰めた後の平行板コンデンサーに同じ電荷 Q を蓄えたときのガラス内の電場の強さ E を、 E_0 と ϵ_r を用いて表せ。ただし、極板間隔は十分狭く、電場は極板に垂直にできるものとする。

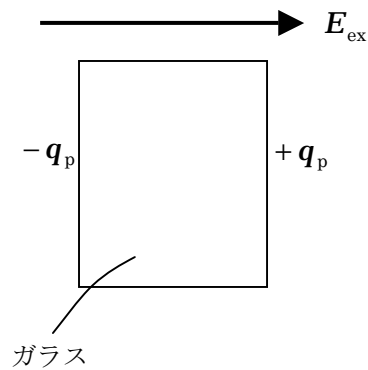


図2

直方体のガラス(比誘電率 ϵ_r)に外部から電場 E_{ex} をかけると、図2のように電場の向きの側面に正負の電荷が現れる(その単位面積あたりの正電荷を q_p 、負電荷を $-q_p$ とする)。これは、ガラスを構成している原子の正電荷と負電荷の中心が電場によってずれ

ること(これを分極という)により起こる。

これをモデル化して次のように考える。分極は、質量 m 、電荷 $q (> 0)$ の荷電粒子が釣り合いの位置 ($\mathbf{x} = 0$) からずれることによって生じ、位置 \mathbf{x} では、周囲から荷電粒子に、変位に比例する復元力 $-\mathbf{k}\mathbf{x}$ がはたらくものとする。

問3 荷電粒子が復元力だけを受けて振動するとき、位置 \mathbf{x} での加速度を α として運動方程式をたて、その固有角振動数 ω_0 を求めよ。

問4 問3で考えた荷電粒子に振動電場 $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 \cos \omega t$ ($E_0 > 0$) をかけると、荷電粒子は単振動し、その位置座標は $\mathbf{x}(t) = \mathbf{A} \cos \omega t$ と表される。この単振動の振幅 A を ω と ω_0 を用いて表せ。

問5 分極によってガラスの側面に現れる分極電荷 q_p は、荷電粒子の変位 \mathbf{x} に比例し、分極電荷がガラス内につくる電場 \mathbf{E}_p は、 q_p に比例する。そこで、 b を正の定数として $\mathbf{E}_p = b\mathbf{x}$ とおく。ガラスの屈折率 n_G を ω と ω_0 を用いて表せ。また、この結果からプリズムによる光の分散を説明せよ。

問6 ここで考えたモデルが、FK1 と呼ばれる光学ガラスに適用できるとする。可視光に対する空気中での次の実測値を用いて、このガラスの固有角振動数 ω_0 、および、角振動数が ω_0 に等しくなるような電磁波の波長 λ_0 を有効数字3桁で求めよ。

波長 [m]	7.682×10^{-7}	5.876×10^{-7}	4.047×10^{-7}
屈折率	1.466	1.471	1.482

II. 物理チャレンジ 2006 応募実験問題

応募実験問題は、大問 1 題です。レポートは、同封されている「応募実験問題レポート表紙」に必要事項を記入し、これに続くレポート本文には必要な枚数の A4 用紙を各自用意して使用してください。レポートにグラフを付加する際は、グラフ用紙を用いて作図し、適当な大きさに切って A4 用紙にしっかりと貼り付けてください。写真や図がある場合も同様に A4 用紙にしっかりと貼り付けてください。応募実験問題レポートはこれらすべての用紙をまとめ、必ずページ番号をつけたうえ、左肩をホチキスなどで綴じて提出してください。

実験課題

私たちは空気の中で生きているが、普段はその存在や重さをあまり意識することはない。しかし、毎日の天気予報に登場する気圧は空気の重さがその原因であり、実は日常生活にも密接に関連している。空気の密度を測定することが実験課題である。

(1) 実験の方法について

各自で安全に留意しながら測定方法を工夫して、実験を行う。測定手法、解析方法、実験条件などを変えた測定も試みるとよい。利用する機器や材料には危険でない限り制限は設定しないので、自宅にある物で工夫することも可能であるし、学校にある測定装置を利用しても差し支えない。

(2) レポートの作成

- ・実験内容を的確に表現するレポート題目をつけること。
- ・実験過程、実験結果、データ解析などをレポートにまとめること。
- ・レポートの作成においては、用いた器具や手順などを詳細に記述すること。
- ・教科書で扱われている実験や課題研究のレポートのまとめ方などを参考にしよう。
- ・レポートに記載してある情報をもとに他人が実験を再現できるように、詳細な事項まで記載すること。
- ・測定精度を向上させるために工夫した点とその根拠についても詳しく記述すること。
- ・結果は、図や表を有効に使って、分かりやすく述べること。
- ・本やインターネットなどで調べた関連事項なども必要に応じて利用して良いが、引用元を必ず明記すること。

(3) 評価の観点

測定データの適切な解析はもちろん大切であるが、得られた密度が『理科年表』などに記載されている値に近いかどうかを競うわけではない。また、高価な測定装置を使った実験を高く評価するわけでもない。身近にある材料や器具を使った実験であっても、測定精度を向上させるための創意工夫がなされているか、独自の観点から実験を行っているか、レポートを要領よくまとめているかどうかなどを評価する。

(4) 安全に関して

安全面には十分注意して実験すること。実験を進める過程で、なんらかの危険が考えられる場合は、それに対してどのような対策を考えて実行したかもレポートに記述すること。この点もレポート評価の対象に含める。

例えば、次のような安全面に対する注意と対策を考えること。

- ・ 気体を加圧してペットボトルなどの容器に詰める場合は、容器の強度などに十分注意する。ペットボトルが破裂した場合、鋭利な破片が飛び散り大変危険である。
- ・ 高温（または低温）になる可能性がある場合は、火傷などに注意する。
- ・ 空気以外のガスを大量に使う場合は、窒息事故に注意する。
- ・ 酸素などの支燃性ガスや、爆発のおそれのある可燃性ガスを使用しない。

次の参考文献などにも容器の破裂事故に関する記載がある。

左巻健男・山本明利・石島秋彦・西潟千明『理科の実験安全マニュアル』（東京書籍，2003）