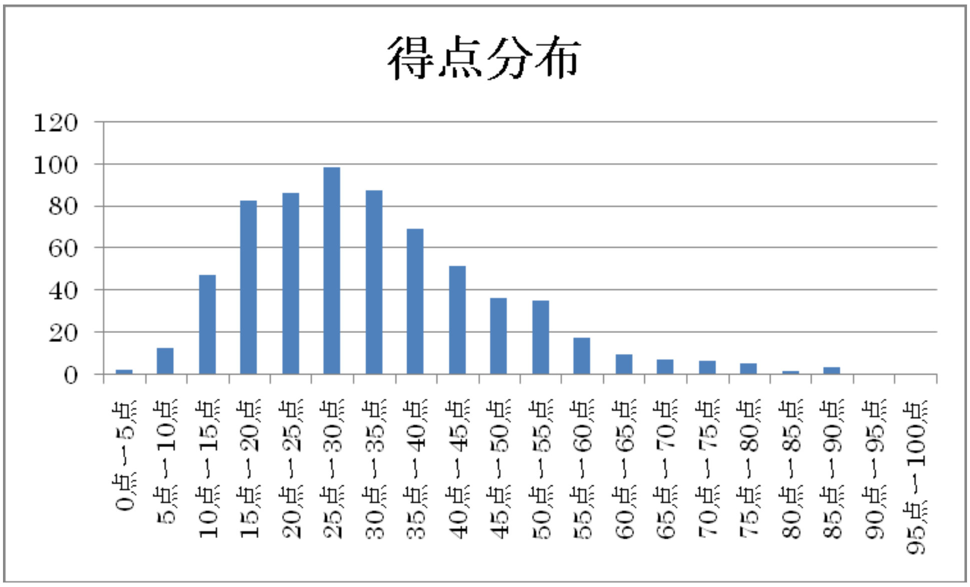
物理チャレンジ 2008 第 1 チャレンジ

理論問題コンテスト解答・解説



統計

実施日：　2008 年 6 月 15 日（日）13 時 30 分から 15 時（90 分間）

参加者：　653 名

平均点：　31.8 点　　　最高点：　89 点

得点分布図：　上図

第１問　（配点 26 点）

（問 1）②　　（問２）④　　（問３）③　　（問４）④

（問５）（１）③（２）⑥（３）⑤　　（問６）⑥　　（問７）５　Ω

（問８）③　　（問９）⑤　　（問 10）（１）③（２）②

（問１）力のする仕事は，物体の運動と力の向きが一致するとき正，逆向きのときが負になる。

（問２）重力のみにしたがって運動する物体には，質量や密度にかかわらず，等しい重力加速度が発生する。相対的にはお互い力が働かないようにみえ，無重量状態になる。したがって、浮力も働かない。

（問３）日常の観察力を問う問題。フィギュアスケートの選手のスピンを思い浮かべてほしい。厳密には高校の範囲外で，「角運動量保存則」で説明される。

（問４）（図２）が間違えやすい。「作用反作用の法則」から，一つひとつのばねはかりは 10N の力で引き合っている。

（問５）（１）一定の速さで，速度の向きが正負入れ替わるだけである。（２）力学的エネルギー保存則，$\frac{1}{2}mv^2 = mgx$ より，$v = \pm\sqrt{2gx}$ で，放物線を横に寝かした形になる。（３）振幅を A，速度の最大値を v_0 で表

すと，時刻 t における位置と速度は， $x = A\sin(\omega t)$，$v = v_0\cos(\omega t)$ で表される。両者の位相差は $\dfrac{\pi}{2}$ で，楕円を描く。

（問６）水面に浮かんでいるのだから，重力と浮力がつり合っている。密度を ρ，体積を V とすると，
質量は　$m = \rho V$，　重力は，　$mg = \rho Vg = 0.92\times1000\times10^{-3}\times9.8 = 9.0$ N

（問７）左上の 10 Ωと 10 Ωの２つの抵抗の並列部分を考えると，合成抵抗は 5 Ω，それと 5 Ωの直列で 10 Ωになる。これを順次考えていくと，全体は 5 Ωになる。合成抵抗の一般式などを立てたら，かえって計算は大変になる。

（問８）求める回数を n 回とすると，与えられる熱量は， $Q = n\times1$ kg$\times9.8$ m/s$^2\times1.5$ m$\times0.70$
温度変化との関係は， $Q = 0.38$ J/g･K$\times1000$ g$\times5$ K　これらより， n≒185 回

（問９） $\dfrac{50}{2\times5\times10^{-4}}\div\dfrac{4000}{4\times0.2} = 10$ 倍

（問 10）（１）血流の速度を v cm/s とすると，$(\pi\times1^2)$ cm$^2\times v$ cm/s$\times60$ s$=6000$ cm^3
$v = 31$ cm/s≒0.3 m/s

（２）速度 v, 力を F とすると，仕事率　$P = Fv$　となる。$F = 100\times130\times(\pi\times1^2)\times v$　より，
$P = (100\times130)$ Pa$\times0.006/60 = 1.3$ W

第２問　（配点 28 点）

A　問１　（ア）αt　（イ）$(\alpha-\beta)$　（ウ）αt_m　（エ）$\dfrac{1}{2}\alpha t^2$　（オ）$\dfrac{1}{2}\beta$

（カ）αt_m　（キ）$\dfrac{1}{2}\alpha t_m{}^2$　（ク）$\dfrac{\beta}{\beta-\alpha}$　（ケ）$\dfrac{\alpha\beta}{2(\beta-\alpha)}$　（コ）150

問１（ア）初速度 0 なので，等加速度直線運動の公式より，$v = \alpha t$　（イ）$v = \alpha t$　･･･(1)　と
$v = \beta t + c$　･･･(2)　と２式は $t = t_m$ で一致しているので，$\alpha t_m = \beta t_m + c$　より，$c = (\alpha-\beta)\ t_m$
（ウ）時刻 t_m 以降は, 加速度 β で運動する。$t = t_m$ では, $v = \alpha t_m$ なので, $v = \beta(t - t_m) + \alpha t_m$　（エ）
初速度 0 なので，等加速度直線運動の公式より， $s = \dfrac{1}{2}\alpha t^2$　･･･(4)

（オ）（カ） $s = \dfrac{1}{2}\beta\times(t - t_m)^2 + \alpha t_m\times(t - t_m) + d$　･･･(5)

（キ）(4)，(5)で， $t = t_m$ のとき， $d = s = \dfrac{1}{2}\alpha t_m{}^2$

（ク）　$t = T$　のとき，$v = 0$ なので，(3)より，$0 = \beta(T - t_m) + \alpha t_m$　これを解いて，
$t_m = \dfrac{\beta}{\beta-\alpha}T$　･･･(6)　（ケ）(5)で $t = T$　とおき，さらに(6)を用いると，$\dfrac{L}{T^2} = \dfrac{\alpha\beta}{2(\beta-\alpha)}$

（コ）$L = 1800$ m，$\alpha = 0.20$ m/s^2，$\beta = -0.80$ m/s^2　を（ケ）の結果に代入する。

$$T^2 = \frac{2(\beta-\alpha)\cdot L}{\alpha\beta} = \frac{2(-0.80-0.20)\times1800}{0.20\times(-0.80)} = \frac{3600}{0.16} = \frac{60^2}{0.40^2},\qquad T = \frac{60}{0.40} = 150\ \text{s}$$

Ｂ　問２　④　　問３　⑧

問２　コイルに入ろうとするときと，出ようとするときに，電磁誘導により，コイルに電流が流れる。このときに，電流が作る磁場から磁石は力を受けるが，力の向きは磁石の運動と逆向きである。斜面では等加速度運動で，コイルにさしかかるときに逆向きに力を受け，加速度が小さくなる。水平面では一定の速度になり，コイルから出るときは，斜面の上りでかつ磁場からもうしろ向きに力を受けるので，負の加速度が大きい。コイルを抜けたあとは一定の負の加速度になる。

問３　コイルに入るときと出るときに誘導電流が流れる。出るときと入るときで，誘導電流の向きは逆になる。コイルに抵抗があるので，電流によって発熱し，台車の力学的エネルギーはしだいに失われていくので，電流の値は小さくなっていく。

第３問　（配点 15 点）

問１　6.0　V　　問２　0　V　　問３　0　V　　問４　③　　問５　④

問１　6 つのマイクロフォンに入力される信号は位相が一致し，ピークが重なるので，そのまま 6 倍になる。

問２　マイクロフォン１と４の距離が，$3L=3\times\dfrac{5}{6}\lambda=\dfrac{5}{2}\lambda$　となり，入力信号の位相差がπ，すなわち，山と谷，谷と山が重なる逆位相の関係になるので，完全に打ち消し合ってしまう。

問３　マイクロフォン２と５，マイクロフォン３と６の関係が，完全に打ち消し合う関係になるので，そのすべての和も 0V になる。

問４　マイクロフォンの間隔がλかその整数倍でない限り，非常に多数のマイクロフォンがあれば必ず逆位相の関係が生じるので，打ち消し合ってしまう。λかλの整数倍のときに大きな出力が得られ，そうでない場合ほぼ 0V になる。

問５　スピーカーとマイクロフォンの距離がλの整数倍になったときのみ強め合うのであるから，逆に言えば，λがスピーカーとマイクロフォンの距離の整数分の１の音波だけが，強め合う関係になる。

第４問　（配点 23 点）

問１（１）　$\boldsymbol{x_0=-\dfrac{mg}{4k}}$　（２）$\Delta E_{\mathrm{e}}=\boldsymbol{\dfrac{m^2g^2}{16k}}$，$\Delta E_{\mathrm{p}}=\boldsymbol{\dfrac{m^2g^2}{8k}}$　（３）振幅：$\boldsymbol{\dfrac{mg}{4k}}$，周期：$\boldsymbol{2\pi\sqrt{\dfrac{m}{2k}}}$

問２（１）　$\boldsymbol{v}_r=A\omega\cos(\omega t)$，$A=-\dfrac{\boldsymbol{V_0}}{\boldsymbol{\omega}}$　（２）$V_1=\boldsymbol{\dfrac{m_0}{m_0+m}V_0}$，$\boldsymbol{\omega=\sqrt{\dfrac{2(m_0+m)}{m_0m}}V_0}$

（３）$\boldsymbol{V=\dfrac{m_0}{m_0+m}V_0+\dfrac{m}{m_0+m}V_0\cos(\omega t)}$　（４）$\boldsymbol{x_r=-\dfrac{V_0}{\omega}\sin(\omega t)}$

問１（１）力のつり合いの式　$-kx_0-kx_0-mg\sin 30°=0$，これより，$x_0=-\dfrac{mg}{4k}$， （２）$\Delta E_{\mathrm{e}} = -(\frac{1}{2}kx_0{}^2 + \frac{1}{2}kx_0{}^2) = -\frac{m^2g^2}{16k}$，$\Delta E_{\mathrm{p}} = mg(-x_0 \sin 30°) = \frac{m^2g^2}{8k}$

（３）平衡点 $x = x_0$ からの変位に比例する力がはたらくので，その点を中心とする単振動になる。実際，小球にはたらく力は，$F = -kx - kx - mg\sin 30° = -2k(x - x_0)$ 　となるので，ばね定数 $2k$ のばね振り子と同じ。

振幅は，　$|x_0| = \frac{mg}{4k}$，周期は，$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$

問２（１）$t = 0$ 　の瞬間から，小球は容器から見て負方向に動き出すので，$x_{\mathrm{r}} = A\sin(\omega t)$ 　で表されるということは，Aが負であることに注意する。$v_r = \omega A\cos(\omega t)$，　$t = 0$ 　のとき，$\omega A = -V_0$ 　なので，

$A = -\frac{V_0}{\omega}$

（２）小球と角柱の相対速度が０であるということは，両者の速度が等しいということである。

そのときの速度を V_1 とおくと，運動量保存則から，　$m_0V_1 + mV_1 = m_0V_0$，　$V_1 = \frac{m_0}{m_0 + m}V_0$

小球が角柱に対して相対速度０の瞬間は，変位が最大，すなわち振幅　$A = -\frac{V_0}{\omega}$ 　と一致したときである。このときの弾性力による位置エネルギーは，　$\frac{1}{2}2kx_0{}^2$ 　であるから，力学的エネルギー保存則の式は次のようになる。　$\frac{1}{2}m_0V_1{}^2 + \frac{1}{2}mV_1{}^2 + \frac{1}{2}k(\frac{V_0}{\omega})^2 = \frac{1}{2}m_0V_0{}^2$，　これを ω について解いて，$\omega = \sqrt{2k\frac{m_0 + m}{m_0 m}}$

（３）運動量保存則より，　$m_0V + m(V + v_r) = m_0V_0$，　V について解くと，

$$V = \frac{m_0}{m_0 + m}V_0 - \frac{m}{m_0 + m}v_r = \frac{m_0}{m_0 + m}V_0 + \frac{m}{m_0 + m}V_0\cos(\omega t) = \frac{V_0}{m_0 + m}\{m_0 + m\cos(\omega t)\}$$

（４）$x_r = A\sin(\omega t) = -\frac{V_0}{\omega}\sin(\omega t)$

第５問　（配点８点）

問１　摩擦熱が物質内の熱素の放出であり，保存する量だとすれば，限りがあるはずだし，熱素を失った物体が冷たくなるはずである。実際に物体をこすり続けると，いくらでも熱が発生する。

題意として，「上記の説明の中から矛盾を見つけて」とあるので，そこから外れた記述は正解にならない。

（不正解例）・熱は本当は分子の運動である。
・質量が変化しないから。
・物質を突き抜けるのはおかしい。
・電気で発熱させることができる。

問２　できる。一例として，次の手順で行えばよい。

①容器Ｂの水を容器Ｃ，Ｄに半分ずつ分ける。

②容器Ｃを容器Ａの中に入れると，60℃になるので，水を容器Ｂに戻す。

③容器Ｄを容器Ａの中に入れると，約 47℃になるので，水を容器Ｂに戻す。
④容器Ｂの水は約 53℃になり，容器Ａのお茶は約 47℃になっている。

条件として示した，容器による熱の吸収や周囲への熱放出はないとした容器Ａ～Ｄを用いた熱伝導だけで，上記のようなことが可能である。始めに分割するのがお茶でもよい。また，２等分でなくてもよい。熱交換器の原理である。