

レポート表題

3種類の摩擦係数の測定による  
摩擦の発生原理に関するレポート

第1チャレンジ番号 :  
(※1)

1 5 4 3 0 0 2

(※1) 第1チャレンジ番号を必ず記入してください。

第1チャレンジ番号は、6月中旬頃参加申込者の自宅宛に郵送します。

氏名 : 安藤貴政

学校名又は  
卒業校名 : 岡山県立岡山朝日高等学校 学年 : 高1

学校のある  
都道府県名 : 岡山県 実験をした場所 : 物理実験室

共同実験者 (共同で実験を行った人がいる場合に記入してください。)

氏名 :

沼本 真幸

学校名・学年 :

岡山県立岡山朝日高等学校・1年

実験課題に取り組んだ感想を書いてください。

膨大な実験を行い、傾向をつかむことは非常に  
難しく、困難、連続でしたが楽しむことができました。

参加申込み、および実験レポート送付の際には、下のラベルを切り取り封筒に貼って宛名として利用することができます。

参加申込書送付用ラベル

〒192-0081  
東京都八王子市横山町10-2 八王子SIAビル 2F  
(株)教育ソフトウェア内  
科学オリンピック共通事務局 物理チャレンジ係 行  
(参加申込書在中)

実験課題レポート提出用ラベル

〒162-8601  
東京都新宿区神楽坂1-3 東京理科大学内  
特定非営利活動法人  
物理オリンピック日本委員会 行  
(実験レポート在中)

## 目次

(1) 実験の目的 .....	2
(2) 実験および考察 .....	3
I 静止摩擦係数	
実験 I - 1 仮説、実験手法、実験結果 .....	3
考察 I - 1 .....	9
実験 I - 2 実験手法、実験結果 .....	11
考察 I - 2 、観察 I .....	14
II 動摩擦係数	
実験 II - 1 (予備実験) 、考察 II - 1 、仮説 .....	18
実験 II - 2 実験手法、実験結果 .....	20
考察 II - 2 .....	31
III 転がり摩擦係数	
実験 III 仮説、実験手法、実験結果 .....	36
考察 III .....	42
IV 摩擦全体に関する考察 .....	43
(3) 結論 .....	44
(4) 参考資料、補足 .....	45
(5) 共同実験者と役割分担 .....	47
(6) 実験データ .....	48

## (1) 実験の目的

私たちの日常生活において、摩擦は身近で身の回りの現象を語る上では欠かせないものである。高校物理の問題では摩擦を無視したものも多くみられるが、現実的ではない。何をするにも欠かせない摩擦であるが、そのメカニズムに関しては、いまだ解明されていないことが多い。

### 摩擦とは

「一般に、お互いの表面を接する2つの物体の一方に外力を加え相対運動を引き起こそうとすると、このような現象が生じる。これを摩擦という。また、運動を妨げようとする力を摩擦力という。」(参考1、抜粋)

私たちは当初、課題の通り摩擦係数(後述)の測定を考えたが、条件による値の変動が大きく、物質として定まった値を持つのではないことが分かった。そのため、このレポートでは摩擦係数を測定しつつその結果を踏まえたうえで摩擦の発生原理について考察することにした。

このレポートは大きく3つの実験および考察による。

1. 静止摩擦係数の測定、考察
2. 動摩擦係数の測定、考察
3. 転がり摩擦係数の測定、考察

1, 2に関しては共同実験である。

尚、実験においては、・仮説　・実験　・考察　の手順で行い、最後に摩擦全体の考察と結論を記した。

### [実験を開始するにあたっての知識的準備]

#### 摩擦の種類

摩擦については現在も様々な研究がなされており、多くの考えが提唱されている。その中で、摩擦発生の原理は大きく二つに分類されると考えられる。一つは、ミクロな世界での物質どうしの凝着による分子間力の影響、もう一つは、物質の表面にみられる無数の突起の引っ掛かりによる影響である。

一つ目に関しては、物質の表面の構造を緻密に観察することが難しく、深く言及することは出来ない。そこで、このレポートでは二つ目の表面の引っ掛けだけについて調べることにする。考えにくい分子間力の影響を減らすため、また対照実験がしやすいように、主に紙やすりを実験で用いた。(3. 転がり摩擦係数の測定では用いていない。理由は、実際の実験の際述べる。)

## 「アモントン・クーロンの法則」

アモントン・クーロンの法則は、以下の三点にまとめられる。

- 〈1〉 摩擦力は見かけの接触面積に依らない。
- 〈2〉 摩擦力は荷重に比例する。
- 〈3〉 動摩擦力は最大摩擦力より小さく滑り速度に依存しない。

一般的によく知られている法則であるが、この法則は経験則であり注意が必要である。よって、この法則を適用することができるかを各過程で述べることとする。

## (2) 実験および考察

### I 静止摩擦係数の測定

#### 仮説

アモントン・クーロンの法則 〈1〉 〈2〉 を次のように説明する。

まず、物体の表面を単純化して考える。表面の凸凹によって摩擦が発生するものとすると、その様子は図 Figure1 のようになる。

上に乗せる荷重  $W$  の物体の水平方向に外力  $F$  を加え、斜面からの垂直抗力  $N$ とのつりあいを考える。

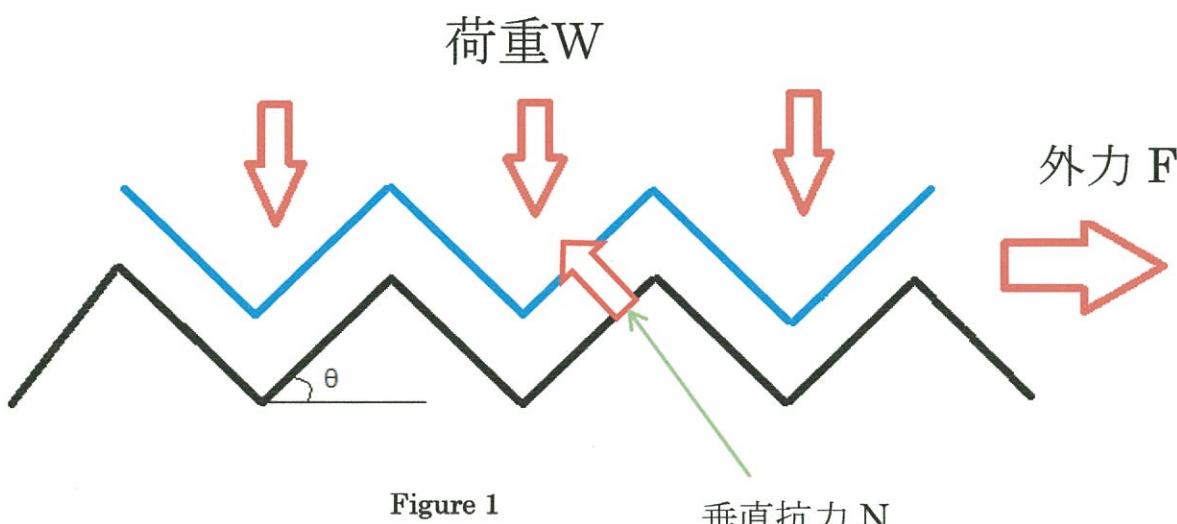


Figure 1

水平方向の力のつりあいより

$$F = N \sin \theta$$

鉛直方向の力のつりあいより

$$W = N \cos \theta$$

ここで、外力  $F$  とつり合っているのは摩擦力  $f$  である。上の 2 式から荷重  $W$  が大きくなると、外力も大きくなることが分かる。よって、摩擦力は荷重に比例する。

また、物体が静止しているとき外力と摩擦力は等しい。外力を次第に大きくすると、外力がある値  $F_{max}$  を超えると物体は動き出す。この時の摩擦力を最大静止摩擦力という。そして、最大静止摩擦力に対応した係数を静止摩擦係数という。

したがって静止摩擦係数  $\mu$  は

$$\mu = \frac{F}{w} = \frac{f}{w} = \tan \theta$$

で与えられる。摩擦係数が見かけの接触面積によらない定数となったので、アモントン・クーロンの法則の 〈1〉、〈2〉 を説明することが出来た。

また、紙やすりを使用しているので真実接触面積の大きさで変化する凝着の大きさは考えなくてよい。

#### ＜実験手法 I - 1 ＞

1. アクリル、銅、ステンレス、アルミの 4 種類の薄い板 (Picture1) の上に紙やすりを貼り付けた木片を置く。
2. それぞれの板を乗せた台の傾きを次第に大きくしていき、木片が動き出した時の机と台の成す角度を測定する。
3.  $\tan \theta$  をもとに静止摩擦係数を求める。 (Figure2)

- ・紙やすりは、40 60 80 100 120 180 240 400 番の 8 種類を使用した。 (Picture2)
- ・ステンレスは板というよりシートだが、煩わしいので板と呼ぶ。
- ・実験効率を上げるために一つの木片に 1 種類の紙やすりを貼り付けた。木片の質量は若干異なり  $35 \pm 1\text{ g}$  だが、既に述べたとおり、木片の質量は摩擦係数に関係しない。
- ・木片が動いたという判断は木片の先端にレーザー光を当て、反対側にレーザー光が映らなくなったりとした。 (Picture3)
- ・目視による角度測定に加え若干の台の揺れがあるため、実験誤差は  $\pm 1^\circ$  ほどである。
- ・各段階で 5 回角度の測定を行った。



Picture 1



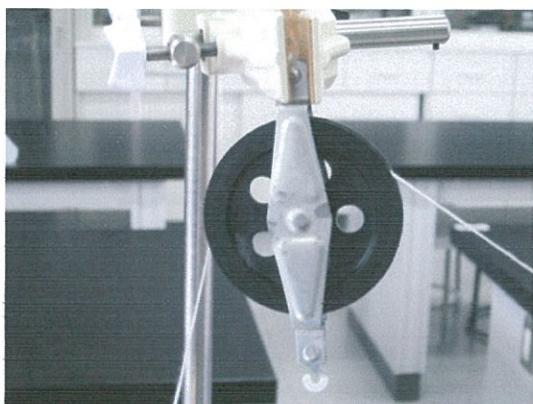
Picture 2



Picture 3



Picture 4



Picture 5

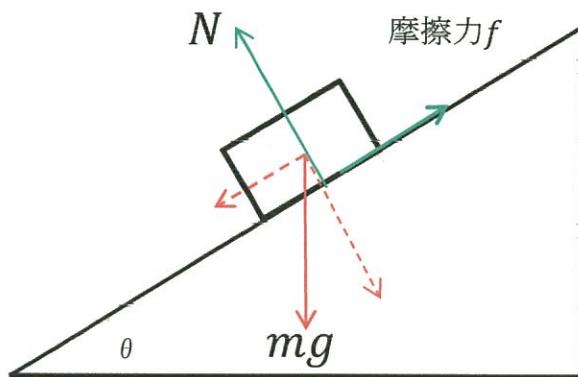


Figure 2

$$f = \mu N$$

$$N = mg \cos \theta \quad \text{より}$$

$$mg \sin \theta = \mu mg \cos \theta$$

$$\therefore \mu = \tan \theta$$

### 実験結果 I - 1

実験によって次のデータを得ることができた。

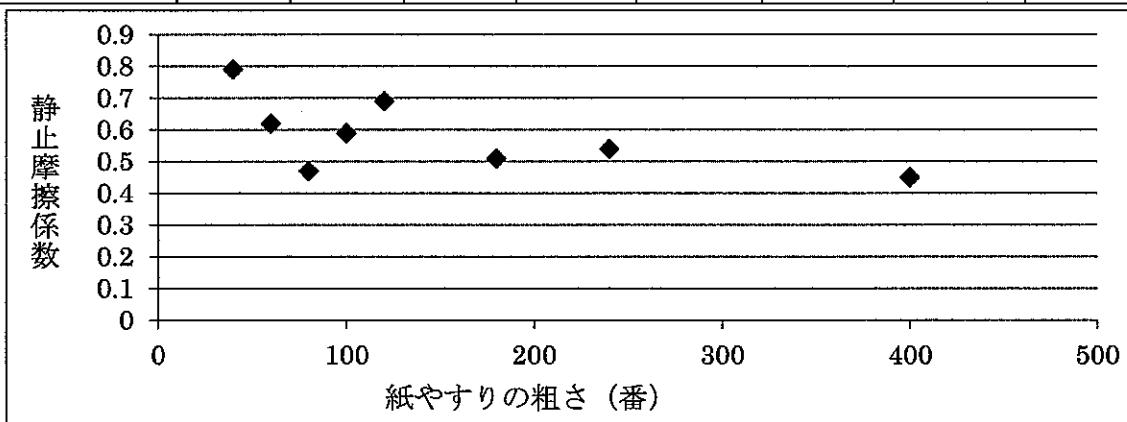
また、この日の天気は晴れ、湿度 55%、気温 23°C であった。

(1) アクリル板 (紙やすり 40番→G-40とあらわす)

アクリル板	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	平均
G-40	41 (°)	39	39	35	37	38.2
G-60	30	33	34	30	31	31.6
G-80	21	24	25	31	25	25.2
G-100	25	25	35	37	31	30.6
G-120	36	42	30	37	28	34.6
G-180	25	29	29	32	21	27.2
G-240	29	29	26	32	27	28.6
G-400	19	25	26	23	27	24.0

$\tan \theta$ による摩擦係数 (有効数字3ケタ)

紙やすりの番号	G-40	G-60	G-80	G-100	G-120	G-180	G-240	G-400
摩擦係数	0.79	0.62	0.47	0.59	0.69	0.51	0.54	0.45



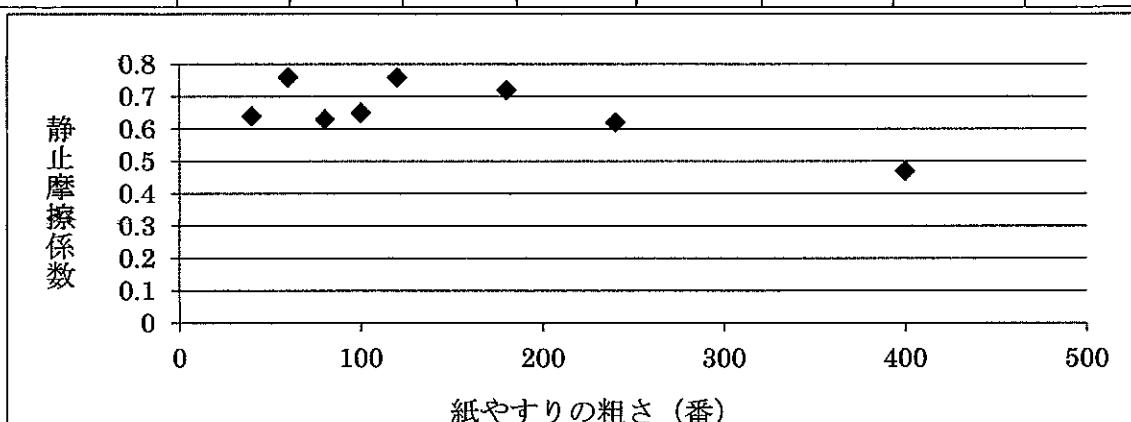
Graph 1

(2) 銅板

銅板	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	平均
G-40	30 (°)	32	35	33	34	32.8
G-60	38	39	37	36	37	37.4
G-80	33	32	27	34	35	32.2
G-100	31	32	32	32	38	33.1
G-120	36	36	35	40	45	37.4
G-180	36	37	42	38	30	36.6
G-240	34	31	33	31	30	31.8
G-400	24	25	24	28	24	25.0

$\tan \theta$ による摩擦係数

紙やすりの番号	G-40	G-60	G-80	G-100	G-120	G-180	G-240	G-400
摩擦係数	0.64	0.76	0.63	0.65	0.76	0.72	0.62	0.47



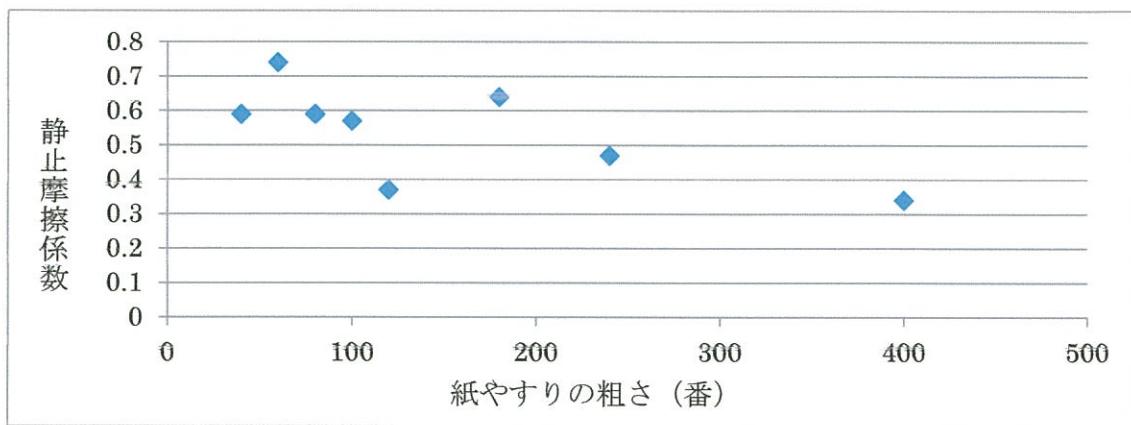
Graph 2

(3) ステンレス板

ステンレス	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	平均
G-40	27 (°)	27	35	35	20	30.5
G-60	37	37	34	37	37	36.4
G-80	37	32	30	29	24	30.4
G-100	24	32	21	30	32	29.8
G-120	20	21	22	18	20	20.2
G-180	32	35	33	31	32	32.6
G-240	25	23	22	28	27	25.0
G-400	20	17	22	18	18	19.0

$\tan \theta$ による摩擦係数

紙やすりの番号	G-40	G-60	G-80	G-100	G-120	G-180	G-240	G-400
摩擦係数	0.59	0.74	0.59	0.57	0.37	0.64	0.47	0.34



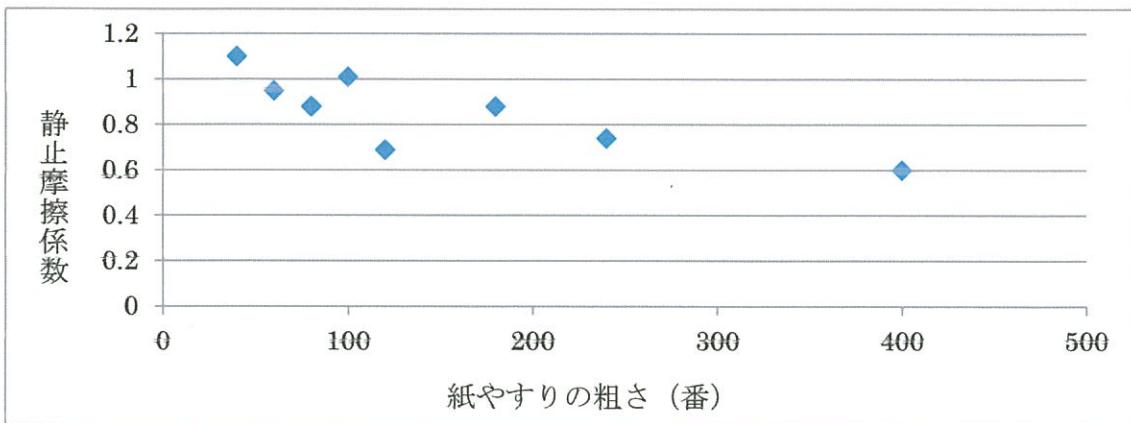
Graph 3

(4) アルミ板

アルミ板	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	平均
G-40	57 (°)	43	43	47	48	47.6
G-60	42	47	41	44	44	43.6
G-80	30	52	50	36	39	41.4
G-100	40	48	50	47	42	45.4
G-120	26	33	36	35	43	34.6
G-180	43	43	47	38	37	41.2
G-240	38	34	34	39	38	36.6
G-400	36	30	29	28	32	31.0

$\tan \theta$ による摩擦係数

紙やすりの番号	G-40	G-60	G-80	G-100	G-120	G-180	G-240	G-400
摩擦係数	1.10	0.95	0.88	1.01	0.69	0.88	0.74	0.60



Graph 4

### 考察 I - 1

グラフから読み取れること

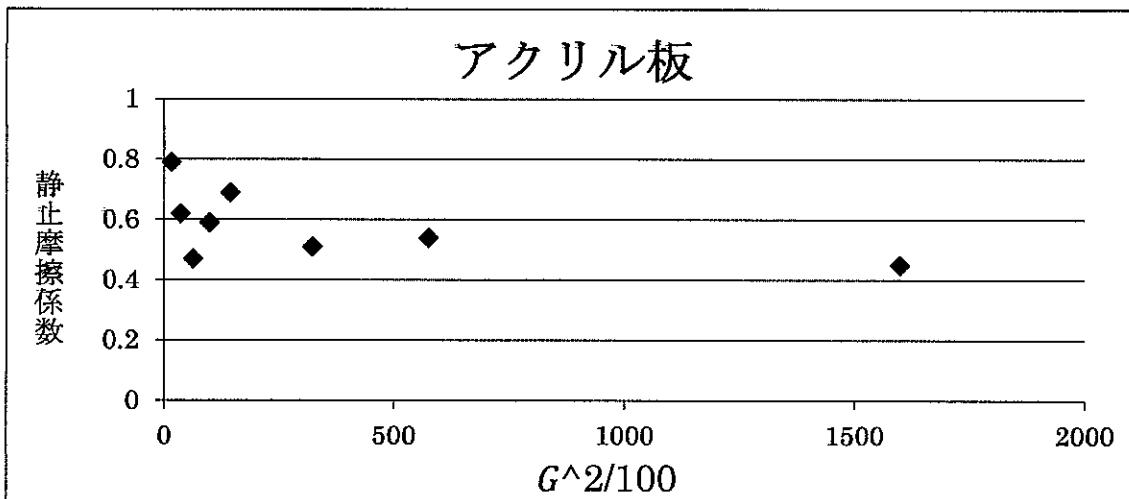
- ・どの板でも番号がおおきくなるにつれて静止摩擦係数が小さくなる様子がある。しかし、山が二つほどできている。
- ・板ごとの摩擦係数の大きさは、アルミ>銅>アクリル、ステンレスの傾向がみられる。

### 結果の原因について

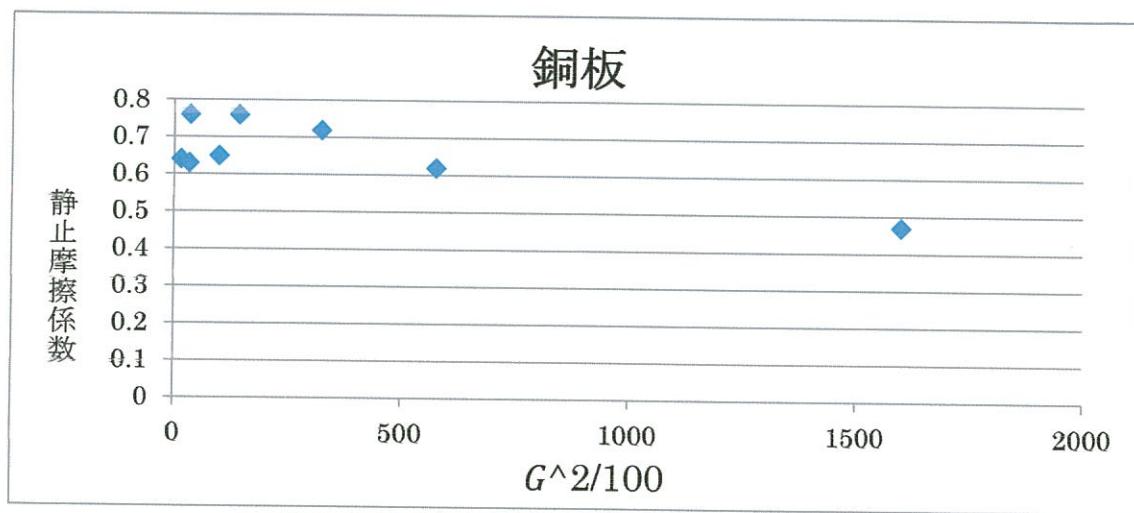
紙やすりの番号…紙やすりを作る粒子の大きさを選別する際に用いるふるい 1 インチの中  
に網の目がいくつ入っているかを示した数値。

実際に紙やすりを構成する粒子の大きさは、網の目より小さくなるがここではやすりの番  
号が長さで決まるということが肝心であると考える。すると、グラフに表す際面積によっ  
て、長さの 2 乗で整理した方が良いのではないか。このような処理をすると、アモントン・  
クーロンの法則（1）を説明できないのではないか、との指摘があるかもしれない。しか  
し、今論じている内容は表面の引っ掛けりである。実際、接地面積に関係するならば、G-400  
の方が接地面積が大きく、静止摩擦係数が大きいと考えられるのが結果に合わない。よっ  
て、この処理を認めることができる。

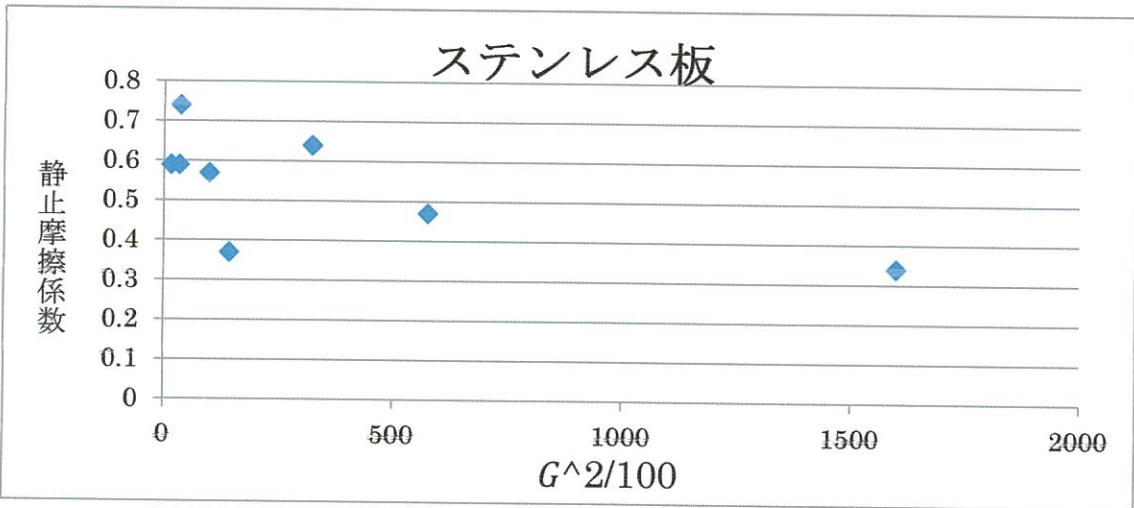
グラフの横軸を  $(\text{番数の } 2 \text{ 乗}) \div 100$  として整理すると次のようにになった。



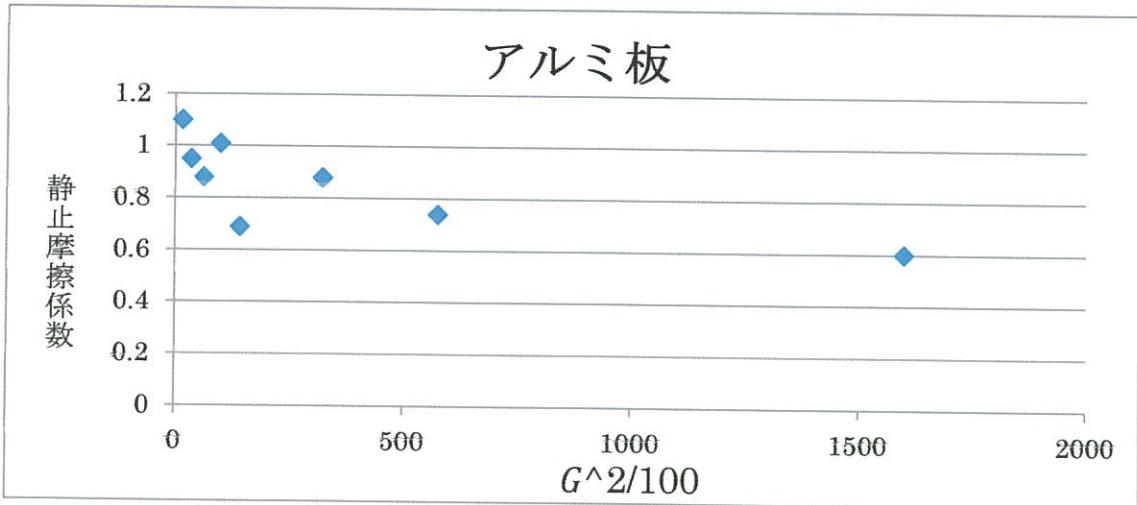
Graph 5



Graph 6



Graph 7



Graph 8

このように整理すると、静止摩擦係数が大きく二つのグループに分かれているように見える。摩擦係数が比較的大きいグループと比較的小さいグループである。

それぞれの板でグループ別に紙やすりの番号を分けてみると

	摩擦係数 大	摩擦係数 小	不明
アクリル	G-40, 80, 120, 240	60, 100, 180	400
銅	60, 120, 180, 240	40, 80, 100	400
ステンレス	60, 180, 240	40, 80, 100, 120	400
アルミ	40, 100, 180, 240	60, 80, 120	400

G-400に関しては、かなり離れた位置にあるため不明とした。

グループ分けを見ると、アルミ板以外は分かれ方が似ているようである。この原因としては、使用したアルミ板の表面の傷がかなり激しくほかの板とは違うかたちで摩擦が発生しているためであると考える。実際、静止摩擦係数の値を見てもアルミのみが非常に高い。

しかし、この段階では紙やすりの粗さと静止摩擦係数との関係を結論づけることは難しい。そこで、追実験を行った。

#### <実験手法 I - 2 >

1. 実験 I - 1 で使用した 8 種類の紙やすりの上に紙やすりを貼り付けた木片を置く。
2. それぞれの紙やすりを乗せた台の傾きを次第に大きくしていき、木片が動き出した時の机と台のなす角度を測定する。
3.  $\tan \theta$  をもとに静止摩擦係数を求める。(Figure2)

- 木片は、実験 I - 1 と同じものを使用した。
- 他の細かい事項は実験 I - 1 と同じである。
- 各段階で 5 回角度の測定を行った。

#### 実験結果 I - 2

実験によって得られたデータのうち、ここでは 5 回の平均のみ載せる。(全データはレポートの最後に載せてある。)

この日の天気は曇り、湿度 55%、気温 26°C であった。

G-40 の紙やすりを下にした場合

	G-40	60	80	100	120	180	240	400
平均の角度	53.4	46.8	48.8	47.8	47.2	42.8	44.6	40.8
摩擦係数	1.35	1.06	1.14	1.10	1.08	0.93	0.99	0.86

G-60

	G-40	60	80	100	120	180	240	400
平均の角度	50.0	51.0	51.0	43.8	51.2	42.0	45.2	42.2
摩擦係数	1.19	1.23	1.23	0.96	1.24	0.90	1.00	0.91

G-80

	G-40	60	80	100	120	180	240	400
平均の角度	47.2	46.6	47.6	43.6	50.0	42.8	50.8	43.8
摩擦係数	1.08	1.06	1.10	0.95	1.19	0.93	1.23	0.96

G-100

	G-40	60	80	100	120	180	240	400
平均の角度	45.6	45.6	42.0	54.6	51.2	42.6	48.4	46.0
摩擦係数	1.02	1.02	0.90	1.41	1.24	0.92	1.13	1.04

G-120

	G-40	60	80	100	120	180	240	400
平均の角度	45.4	40.0	42.6	48.0	51.4	43.0	51.8	45.4
摩擦係数	1.01	0.84	0.92	1.11	1.25	0.93	1.27	1.01

G-180

	G-40	60	80	100	120	180	240	400
平均の角度	37.6	42.2	41.2	37.2	42.6	36.8	46.0	39.6
摩擦係数	0.77	0.91	0.86	0.76	0.92	0.75	1.04	0.83

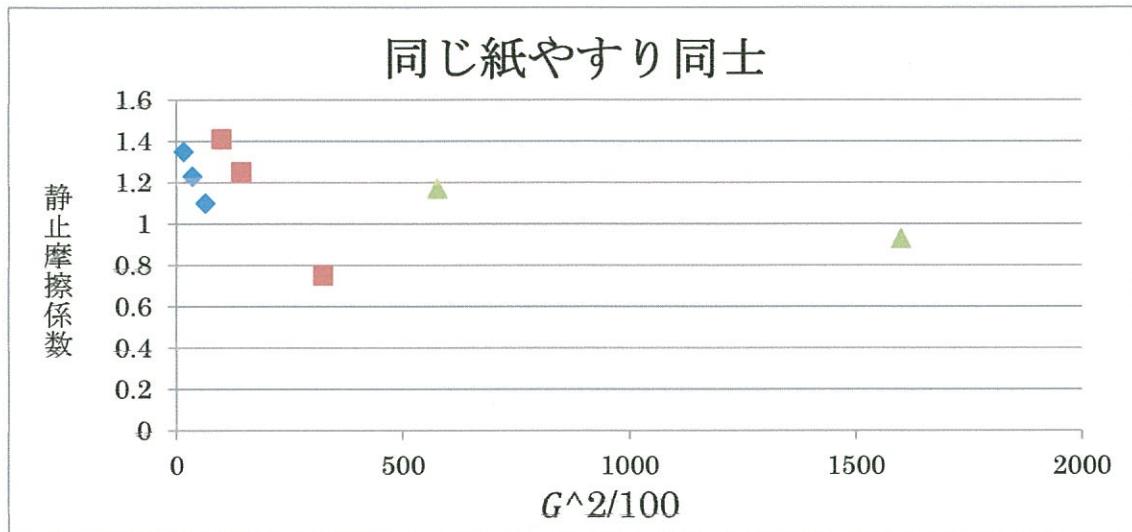
G-240

	G-40	60	80	100	120	180	240	400
平均の角度	38.8	38.4	38.4	34.8	46.4	39.0	49.6	44.2
摩擦係数	0.80	0.79	0.79	0.70	1.05	0.81	1.17	0.97

G-400

	G-40	60	80	100	120	180	240	400
平均の角度	34.2	36.8	36.6	36.2	42.2	35.4	40.0	43.0
摩擦係数	0.68	0.75	0.74	0.73	0.91	0.71	0.84	0.93

次にグラフを作成するが、紙やすりの粗さと静止摩擦係数との関係を見たいため同じ紙やすりでの組み合わせのみを取り出し、さらに横軸を実験 I - 1 と同様、(番数の 2 乗)÷100とした。



Graph 9

色分けした通り、3つのグループに分かれているように見て取れる。

このグループ分けを用いて実験 1. 1 のグループ分けを考える。

	摩擦係数 大	摩擦係数 小	不明
アクリル	G·40, 80, 120, 240	60, 100, 180	400
銅	60, 120, 180, 240	40, 80, 100	400
ステンレス	60, 180, 240	40, 80, 100, 120	400
アルミ	40, 100, 180, 240	60, 80, 120	400

表の色はグラフと対応している。

なお、今後青色…グループ 1 赤色…グループ 2 黄色…グループ 3 と表す。

上に示した表の色を見ると、摩擦係数 大 にはすべての色が、摩擦係数 小 には二つの色が数こそ違うが共通して入っていることが分かる。

そこで、この 2 つの実験の結果の理由を次の仮説でまとめた。

1. 二つの実験では、3種類の摩擦が発生していた。
2. 同じ種類での摩擦係数の最大値は、組み合わせによって異なる。

次に、どのような組み合わせのとき静止摩擦係数が大きいかを調べる。  
 実験 I - 2 で得られたデータから、[1]下の紙やすりを固定 [2]木片の紙やすりを固定したときとで表を作り比較する。  
 色つけは前と同じ。

[1]下の紙やすりを固定

	G-40	G-60	G-80	G-100	G-120	G-180	G-240	G-400
1番	(G)-40	120	240	100	240	240	240	400
2番	80	60,80	180	120	120	120	400	120
3番	100		80	240	100	60	180	240

[2]木片の紙やすりを固定

	G-40	G-60	G-80	G-100	G-120	G-180	G-240	G-400
1番	(G)-40	60	60	100	120	40,80,120	120	100
2番	60	40,80	40	120	60,100		100	120
3番	80		80	40			240	240

### 考察 I - 2

[1]と[2]を比較すると表2の方が3種類の摩擦が発生しているという仮説の特徴がよく表れている。つまり、上の載せる材質のほうが静止摩擦係数に大きく影響を与えるということになる。実験 I - 1 でも紙やすりは4種類の板の上で実験しているため、2つの実験で同じような結果が得られたことになる。

さらに、表2の色分けについて詳しく考える。表からは、同じ摩擦の種類同士だと静止摩擦係数が大きくなるということがいえる。特にグループ1はきれいに分かれている。

グループ2やグループ3には違うグループも入っている。これについては、考察 I - 1 の一つ目、番数が大きくなるにつれて静止摩擦係数が小さくなることを考えると説明できる。グループ3は静止摩擦係数が小さいグループであるので、2つの実験がつながった。

### 静止摩擦についての考察

実験 I - 1 と実験 I - 2 での結果を整理する。

- ① 大きな傾向としては、番数が大きくなるにつれて静止摩擦係数は小さくなる。
- ② 実験では3種類の摩擦が計測され、それぞれのグループごとに静止摩擦係数のピークがある。
- ③ 静止摩擦係数は、上に載せる物体の影響をより強く受ける。
- ④ 同じグループ同士だと、静止摩擦係数は大きい。

①②③それぞれは実験結果からいえることであり、理論的な説明が必要である。

#### ①について

紙やすりの番数はすでに述べたとおりである。紙やすりを構成する粒子が大きいということは、それだけ表面の食い込みが大きいということでもある。つまり、図1. 1での $\theta$ が大きいということである。静止摩擦係数は最大静止摩擦力に対応した係数であるから、静止摩擦係数が大きいほうが動かすのにより大きな力が必要ということになる。

ここで、食い込んだ物体が動き出すためには突起を乗り越えるか、破壊しなくてはならないが、どちらにしても食い込みが大きいほうが大きな力を要する。①については説明することができた。

#### ②について

①での内容に大きく関係する。というのも、突起を乗り越えるか、破壊するか、どちらか一方のみ起こることは考えにくく、二つの要素を同時に考える必要があるからである。グループが異なると二つの要素の割合が異なると考えると、②を説明できる。

では、具体的にはどのように異なるのか。番数の情報だけで考えるのは難しいので顕微鏡を使って表面の構造をくわしく調べた。



Picture 6

#### <観察 I >

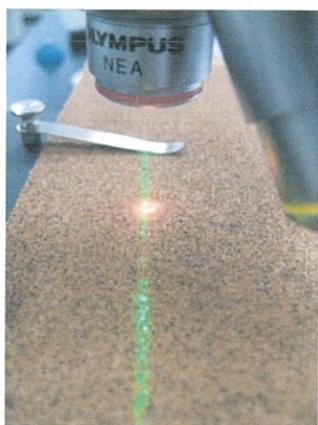
Picture6 のように紙やすりの横からレーザーを当てて表面の構造を観察した。  
部屋を暗くして横から懐中電灯を照らした。

- ・光源あり
  - ・光源なし
- の二つの方法で観察を行った。

粗さの比を見るため、倍率は関係ない。

光源あり

光源なし



Picture 7



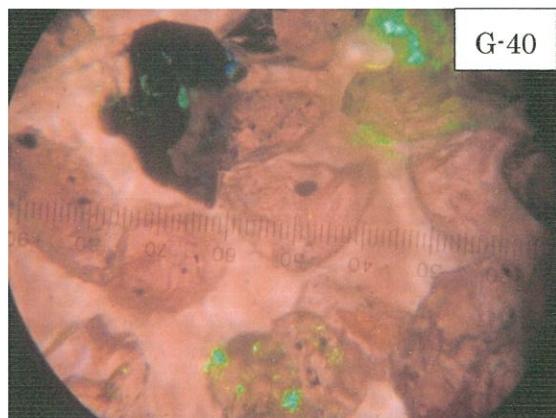
Picture 8

レーザーを当てることで、表面の突起の間隔や大きさを知ることができる。やすりとはいえ、粒子の大きさはまちまちであり、考察を深めることができる。

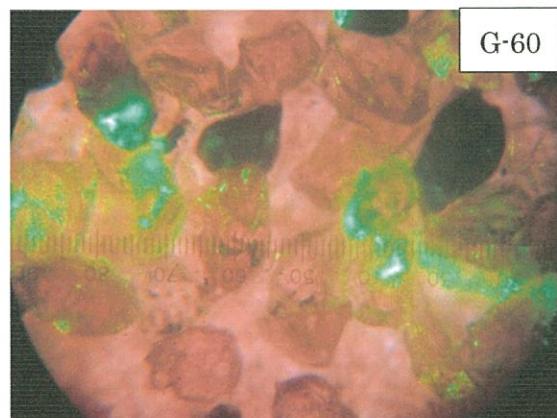
## 観察結果

観察したところ、光源ありのほうが見やすかったため、その写真を載せる。

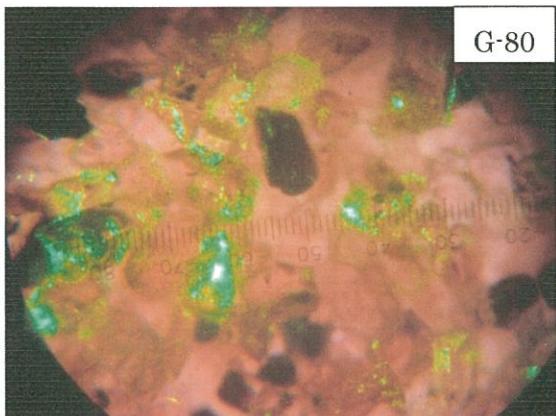
実際には重力が加わっているのでレーザーで光っている部分に相当する場所はもっと大きくなる。



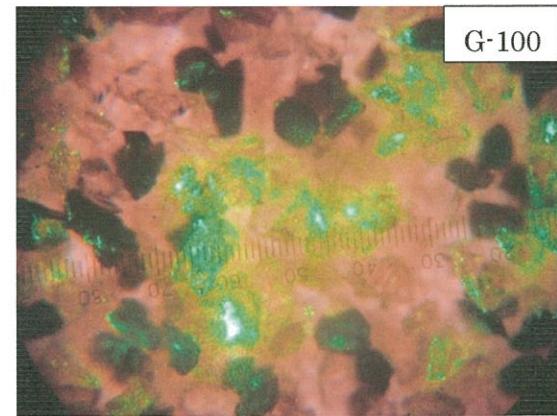
Picture 9



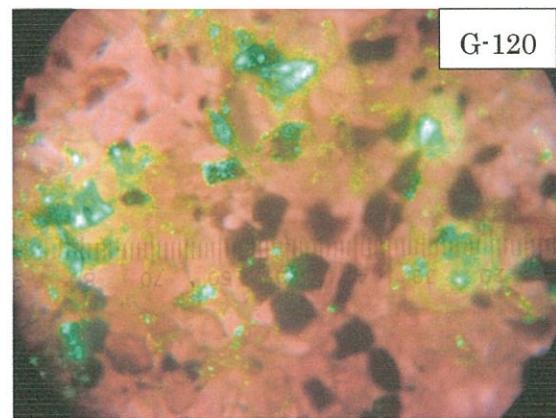
Picture 10



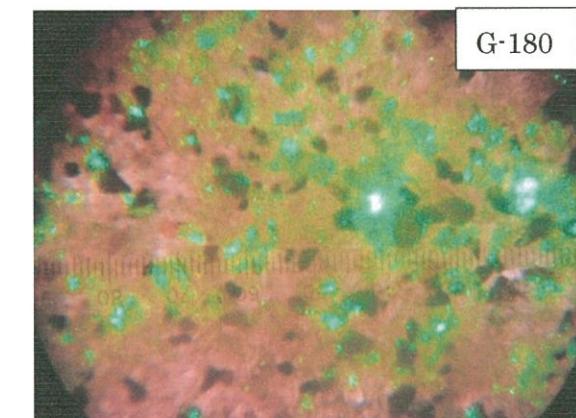
Picture 11



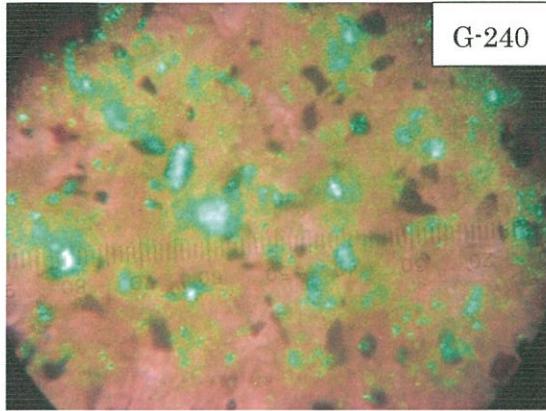
Picture 12



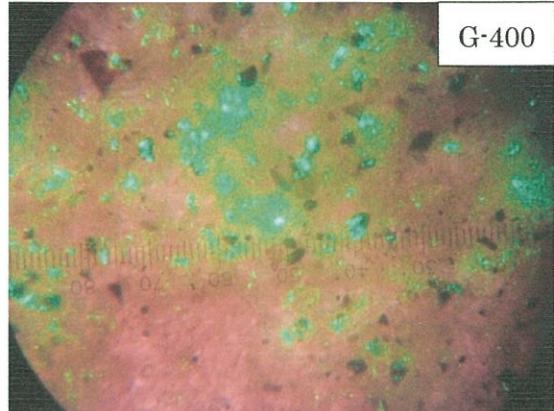
Picture 13



Picture 14



Picture 15



Picture 16

番数と滑り始めとの関係だが、単純な図で考えると分かりやすい。

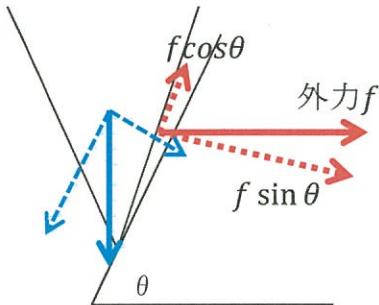


Figure 3

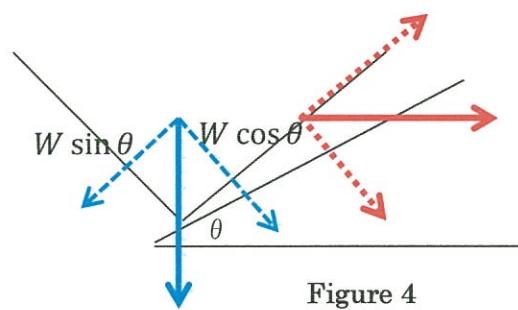


Figure 4

図より明らかだが、番数が大きいもののほうが「乗り越える」のに大きな外力を要することが分かる。一方、番数が小さいものは比較的小さな外力で「乗り越える」ことができる。つまり、グループ3は「乗り越える」タイプの摩擦であると考えられる。

他方グループ1の場合 (Figure3)、突起を壊す力が大きいため、乗り越える前に突起を「破壊する」タイプの摩擦であると考えられる。

グループ2は二つの中間であるため、ある程度「乗りあがった」後「破壊する」タイプの摩擦が発生していると考えられる。

実際、測定後の表面の摩耗具合は番数が大きいほど大きかった。

これによって、②を説明することができた。

### ③について

上と下の最大の違いは重力がかかっているか否かである。重力が大きい上の物体のほうが、食い込み具合に与える影響が大きく、②での様子の実現性が高いためだと考えられる。

#### ④について

同じグループ同士のほうが、突起の形状が似ておりより食い込みやすいので、必要な外力が大きくなるためであると考えられる。

## II 動摩擦係数の測定

動摩擦係数の測定にあたって、予備実験を行った。（この実験は結果的に正しい測定方法ではないことが分かったが、思考の過程として載せておく。）

### <予備実験、実験手法>

1. 木片を軽い糸につないでおもり（質量は木片とほぼ等しい）で引っ張り、4種類の板（静止摩擦係数で使用したもの）上での運動の様子を調べる。
2. 木片に紙テープをつなぎ、記録タイマーを用いて木片の速度の変化を調べる。
3. 結果をもとに動摩擦係数についての仮説を立てる。

- ・木片は、静止摩擦係数の測定の際使用したものと同じ。
- ・記録タイマーは1秒間に60打点するものを使用した。

この実験は、具体的な動摩擦係数を測定することが目的ではなく、摩擦のある平面上を滑る物体の運動の様子を概略的に知ることが目的である。

また、すでに述べたアモントン・クーロンの法則3が正しいのであれば、木片は等加速度運動をするはずであり、実際の運動を調べることで本実験の際アモントン・クーロンの法則3が使えるか調べることも目的の一つである。

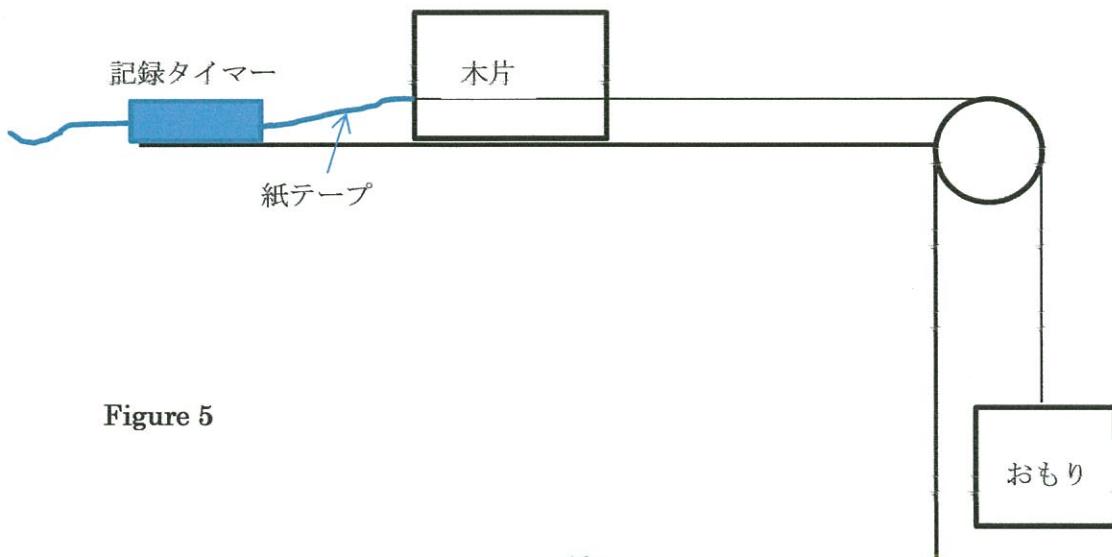


Figure 5

## 実験結果 II・1

実験で得られた紙テープの解析から、以下のような傾向を見ることができた。

- ・木片は加速度運動をしている。
- ・加速度は次第に減少しており、一定の速度に近づいているようである。

### 考察

#### (実験の正確さについて)

記録タイマーの振動が木片の運動に少なからず影響を与えていると考えられる。

使用した木片に対する紙テープの質量が大きいため、その影響を無視できない。

紙テープがかなり激しくばたついていたため、木片の運動に影響を与えていたと考えられる。

これだけの問題点があったが、仮説を立てることにした。仮説の是非は本実験で明らかになるからである。仮説は以下の通り

### 仮説

木片の加速度が次第に小さくなっているので最終的に木片は等速直線運動をすると考えられる。

加速度の減少はすなわち摩擦力の増大に起因し、速度の増加にともなって動摩擦係数が増加しているとすると実験の結果をうまく説明できる。

つまり、動摩擦係数は速度に依存しておりアモントン・クーロンの法則3を適用することはできない。

動摩擦係数が速度の増加にともなって増加するならば、 $\mu' = f(v)$ とすることができる。この時の木片の運動方程式は、 $f(v)$ が2次関数や1次関数であるならば数学的には空気抵抗のある物体の落下運動と同じであり、3次以上であっても加速度が減少することは自明であるため、木片の速度は $t \rightarrow \infty$ の極限で一定となる。

この仮説は間違った仮説である。しかしこの時点ではそれに気付くことができず、またこの仮説の検証が続く本実験の目的であったため、あえて明記した。なおこの仮説の誤りは、すでに述べた実験の不正確さに加えて本実験の考察の際に述べることとする。

## 本実験 動摩擦係数の測定

予備実験での不確定要素を補い仮説の検証を行うため、ビースピを用いて実験を行う。

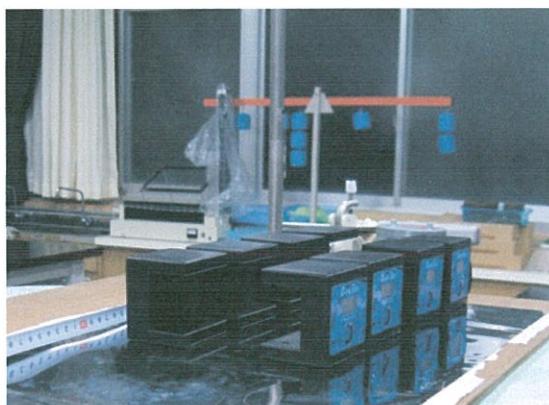
(私たちは当初、等速直線運動の観測によって動摩擦係数の速度依存性を調べる計画を練ったが、実現することはできず、ビースピを用いて加速度運動している物体を観測することにした。)

### <実験手法 II-2>

1. 木片を軽い糸につないでおもり（質量 30g 60g 90g）で引っ張り、4種類の板（静止摩擦係数で使用したもの）上での運動の様子を調べる。
2. ビースピを木片の両脇に木片が滑る最初の位置から 8cm 16cm 24cm 32cm の距離に置き、通過した木片の速度を計測する。
3. ビースピでの値から、摩擦係数を計算する。

- ・木片は、静止摩擦係数の測定の際使用したものと同じ。
- ・ビースピで速度を計測する際、木片の両端にうすい金属を貼り付け、それをビースピの中に通過させた。金属片の質量は木片に対して十分に軽く、運動に影響を与えない。
- ・より正確には木片の受けける空気抵抗等を考える必要があるが、扱いが困難であること、ビースピでの精度があまり高くないため無視する。
- ・ビースピは BeeSpi (R19C1606)を使用した。このビースピによって得られる速度は km/h である。
- ・ビースピによる誤差は大きい。というのも、ビースピは赤外線センサーを利用して2点間の通過時間から速度を計測する仕組みであり、同じものを同時に測定しても誤差が生じるのである。誤差は速度が大きいほうが大きくなり、誤差の範囲は±0.5 km/h ほどであることが分かっている。
- ・ビースピによる誤差の影響を少しでも少なくするため、一つの値につき4個ずつデータを取り、その平均を用いてその後の計算を行った。

以下実験の様子の写真を載せる。



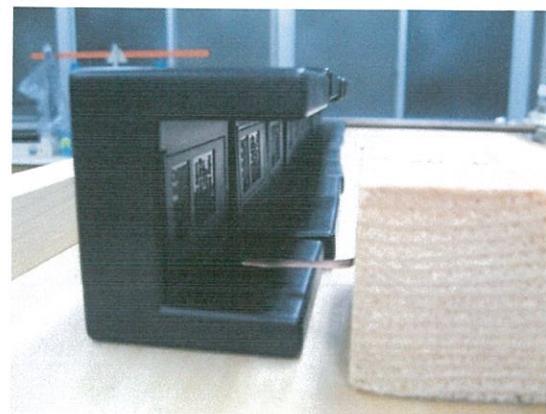
Picture 17



Picture 18



Picture 19



Picture 20

### 実験結果 II - 2

今回もかなり膨大なデータ量になったため、上で述べた平均値のみをここでは載せる。(全データはレポートの最後に載せてある。)

この日の天気は晴れ、湿度 60%、気温 27°C であった。

アクリル板 (有効数字2ケタ) 30g

	G·40	G·60	G·80	G·100	G·120	G·180	G·240	G·400
8cm	1.71(km/h)	1.74	1.40	1.45	1.43	1.56	1.58	1.27
16cm	2.88	2.98	2.55	2.50	2.57	2.58	2.56	2.39
24cm	3.64	3.60	3.35	3.09	3.18	3.38	3.21	2.84
32cm	4.20	4.20	4.00	3.67	3.65	3.78	3.68	3.31

アクリル板 60g

	G·40	G·60	G·80	G·100	G·120	G·180	G·240	G·400
8cm	2.25	2.47	1.97	2.17	2.14	2.40	2.17	2.20
16cm	3.90	3.62	3.61	3.79	3.6	3.8	3.61	3.61
24cm	4.86	5.00	4.72	4.75	4.6	4.94	4.47	4.52
32cm	5.84	5.83	5.51	5.63	5.29	5.52	5.39	5.36

アクリル板 90g

	G·40	G·60	G·80	G·100	G·120	G·180	G·240	G·400
8cm	2.75	2.49	2.44	2.45	2.43	2.43	2.19	2.19
16cm	4.23	4.22	4.05	3.90	4.06	4.14	3.85	3.99
24cm	5.60	5.30	5.24	5.15	5.22	5.16	5.04	5.10
32cm	6.59	6.48	6.26	6.29	6.06	6.29	6.05	6.06

銅板 30g

	G-40	G-60	G-80	G-100	G-120	G-180	G-240	G-400
8cm	1.49	1.33	1.41	1.25	1.43	1.66	1.40	1.35
16cm	2.33	2.20	2.23	1.97	2.14	2.55	2.28	2.25
24cm	2.74	2.69	2.77	2.48	2.52	3.16	2.72	2.74
32cm	3.24	3.15	3.36	2.86	2.95	3.74	3.22	3.31

銅板 60g

	G-40	G-60	G-80	G-100	G-120	G-180	G-240	G-400
8cm	2.19	2.19	2.25	2.08	1.76	2.25	2.05	2.12
16cm	3.72	3.54	3.72	3.52	3.33	3.82	3.54	3.61
24cm	4.38	4.39	4.53	4.31	4.14	4.65	4.39	4.54
32cm	5.28	5.16	5.48	5.11	4.97	5.62	5.22	5.32

銅板 90g

	G-40	G-60	G-80	G-100	G-120	G-180	G-240	G-400
8cm	2.33	2.45	2.38	2.26	2.17	2.43	2.38	2.29
16cm	4.16	4.14	4.20	4.09	4.04	4.25	4.18	4.21
24cm	5.04	5.06	5.24	5.11	4.92	5.19	5.03	5.08
32cm	5.86	6.11	6.07	5.96	6.06	6.23	6.03	6.20

ステンレス板 30g

	G-40	G-60	G-80	G-100	G-120	G-180	G-240	G-400
8cm	1.89	1.68	1.78	1.52	1.54	1.72	1.54	1.62
16cm	2.92	2.76	2.83	2.29	2.49	2.71	2.46	2.57
24cm	3.62	3.47	3.56	3.11	3.12	3.39	3.04	3.21
32cm	4.22	4.01	4.13	3.65	3.69	4.22	3.61	3.90

ステンレス板 60g

	G-40	G-60	G-80	G-100	G-120	G-180	G-240	G-400
8cm	2.45	2.40	2.34	2.10	2.26	2.41	2.22	2.27
16cm	3.86	3.79	3.78	3.53	3.56	3.70	3.55	3.64
24cm	4.82	4.88	4.84	4.52	4.58	4.91	4.61	4.76
32cm	5.71	5.60	5.72	5.40	5.34	5.60	5.27	5.42

## ステンレス板 90g

	G-40	G-60	G-80	G-100	G-120	G-180	G-240	G-400
8cm	2.61	2.55	2.55	2.49	2.53	2.62	2.74	2.58
16cm	4.41	4.18	4.25	3.88	4.12	4.15	4.10	4.15
24cm	5.35	5.47	5.41	5.14	5.20	5.25	5.18	5.20
32cm	6.41	6.51	6.46	6.19	6.26	6.62	6.23	6.23

## アルミ板 30g

	G-40	G-60	G-80	G-100	G-120	G-180	G-240	G-400
8cm	1.46	1.54	1.46	1.37	1.39	1.38	1.41	1.44
16cm	2.29	2.18	2.40	2.28	2.14	2.23	2.33	2.47
24cm	2.75	2.57	2.99	2.82	2.68	2.85	2.96	3.06
32cm	3.37	3.18	3.49	3.31	3.16	3.22	3.40	3.55

## アルミ板 60g

	G-40	G-60	G-80	G-100	G-120	G-180	G-240	G-400
8cm	2.48	2.10	2.12	2.11	2.17	2.19	2.17	2.20
16cm	3.61	3.36	3.54	3.60	3.47	3.63	3.54	3.70
24cm	4.47	3.98	4.55	4.42	4.49	4.58	4.45	4.71
32cm	4.93	5.81	5.42	5.26	5.12	5.29	5.31	5.43

## アルミ板 90g

	G-40	G-60	G-80	G-100	G-120	G-180	G-240	G-400
8cm	2.62	2.35	2.34	2.33	2.31	2.35	2.27	2.34
16cm	3.91	4.01	4.06	3.94	4.02	4.09	4.14	4.22
24cm	5.32	5.05	5.05	5.17	5.08	5.21	5.02	5.44
32cm	6.27	6.43	6.15	6.24	6.02	6.32	6.11	6.17

次に算出された動摩擦係数（有効数字2ケタ）を載せる。（補足1）

## アクリル板（有効数字2ケタ）30g

	G-40	G-60	G-80	G-100	G-120	G-180	G-240	G-400
~8cm	0.61	0.58	0.68	0.67	0.67	0.64	0.63	0.71
~16cm	0.35	0.31	0.44	0.48	0.45	0.46	0.49	0.49
~24cm	0.41	0.49	0.43	0.54	0.54	0.43	0.52	0.63
~32cm	0.44	0.45	0.45	0.50	0.57	0.60	0.56	0.59

アクリル板 60g

	G-40	G-60	G-80	G-100	G-120	G-180	G-240	G-400
~8cm	0.87	0.89	1.19	1.09	1.11	0.94	1.09	1.07
~16cm	0.54	0.77	0.51	0.43	0.59	0.55	0.61	0.63
~24cm	0.58	0.14	0.47	0.61	0.61	0.41	0.78	0.70
~32cm	0.10	0.52	0.63	0.52	0.81	0.91	0.48	0.62

アクリル板 90g

	G-40	G-60	G-80	G-100	G-120	G-180	G-240	G-400
~8cm	1.26	1.49	1.52	1.52	1.52	1.52	1.72	1.72
~16cm	0.72	0.54	0.72	0.97	0.72	0.61	0.81	0.61
~24cm	0.20	0.77	0.63	0.57	0.69	0.93	0.72	0.79
~32cm	0.48	0.12	0.53	0.26	0.93	0.26	0.61	0.74

銅板 30g

	G-40	G-60	G-80	G-100	G-120	G-180	G-240	G-400
~8cm	0.66	0.69	0.68	0.71	0.67	0.61	0.68	0.69
~16cm	0.56	0.58	0.58	0.64	0.63	0.51	0.57	0.56
~24cm	0.67	0.63	0.61	0.65	0.69	0.54	0.64	0.64
~32cm	0.58	0.65	0.54	0.68	0.64	0.49	0.60	0.54

銅板 60g

	G-40	G-60	G-80	G-100	G-120	G-180	G-240	G-400
~8cm	1.07	1.07	1.03	1.13	1.30	1.03	1.15	1.11
~16cm	0.52	0.70	0.57	0.63	0.63	0.46	0.62	0.59
~24cm	0.98	0.80	0.80	0.88	0.93	0.78	0.80	0.70
~32cm	0.55	0.75	0.46	0.72	0.71	0.38	0.65	0.67

銅板 90g

	G-40	G-60	G-80	G-100	G-120	G-180	G-240	G-400
~8cm	1.61	1.52	1.58	1.67	1.75	1.52	1.58	1.64
~16cm	0.47	0.61	0.45	0.52	0.54	0.46	0.50	0.39
~24cm	1.17	1.06	0.83	0.94	1.15	1.02	1.17	1.16
~32cm	0.98	0.52	0.92	0.89	0.42	0.48	0.61	0.36

ステンレス板 30g

	G·40	G·60	G·80	G·100	G·120	G·180	G·240	G·400
~8cm	0.52	0.60	0.57	0.65	0.64	0.58	0.64	0.62
~16cm	0.41	0.42	0.40	0.58	0.51	0.46	0.53	0.50
~24cm	0.43	0.47	0.43	0.47	0.52	0.48	0.57	0.52
~32cm	0.44	0.49	0.45	0.53	0.50	0.28	0.51	0.60

ステンレス板 60g

	G·40	G·60	G·80	G·100	G·120	G·180	G·240	G·400
~8cm	0.91	0.94	0.98	1.13	1.03	0.94	1.05	1.03
~16cm	0.53	0.58	0.54	0.63	0.70	0.65	0.68	0.63
~24cm	0.59	0.42	0.52	0.63	0.62	0.35	0.58	0.47
~32cm	0.45	0.70	0.45	0.57	0.72	0.70	0.86	0.78

ステンレス板 90g

	G·40	G·60	G·80	G·100	G·120	G·180	G·240	G·400
~8cm	1.36	1.42	1.42	1.49	1.46	1.36	1.26	1.39
~16cm	0.34	0.71	0.55	1.00	0.73	0.77	0.93	0.74
~24cm	0.96	0.32	0.62	0.57	0.81	0.73	0.80	0.86
~32cm	0.41	0.37	0.40	0.49	0.40	-0.28	0.48	0.48

アルミ板 30g

	G·40	G·60	G·80	G·100	G·120	G·180	G·240	G·400
~8cm	0.66	0.64	0.66	0.69	0.68	0.69	0.68	0.67
~16cm	0.57	0.64	0.52	0.56	0.62	0.57	0.54	0.48
~24cm	0.66	0.70	0.57	0.61	0.62	0.57	0.56	0.57
~32cm	0.50	0.54	0.56	0.57	0.59	0.66	0.61	0.55

アルミ板 60g

	G·40	G·60	G·80	G·100	G·120	G·180	G·240	G·400
~8cm	0.89	1.13	1.11	1.11	1.09	1.07	1.09	1.07
~16cm	0.81	0.80	0.65	0.59	0.74	0.59	0.68	0.52
~24cm	0.78	1.08	0.63	0.83	0.60	0.69	0.72	0.58
~32cm	1.13	-0.64	0.52	0.64	0.93	0.76	0.59	0.74

アルミ板 90g

	G-40	G-60	G-80	G-100	G-120	G-180	G-240	G-400
~8cm	1.36	1.61	1.61	1.61	1.64	1.61	1.67	1.61
~16cm	1.08	0.73	0.63	0.83	0.65	0.58	0.46	0.42
~24cm	0.29	0.91	1.02	0.56	0.90	0.74	1.18	0.50
~32cm	0.67	-0.26	0.38	0.48	0.75	0.31	0.39	1.10

次に横軸を木片の速度、縦軸を動摩擦係数でとったグラフを載せる。木片の速度は m/s に変換し、動摩擦係数が 0~8cm, 8~16cm, 16~24cm, 24~32cm の平均であるため速度もそれに合わせてある。

静止摩擦での結論との比較を行うため、静止摩擦係数と同じグループで分けた。おもりの質量によっては分けていない。

また、動摩擦係数について上の表で色づけした値については反映していない。色の説明と理由は以下の通り。

黄色…値がマイナスであるもの。これは摩擦の定義から外れるため。

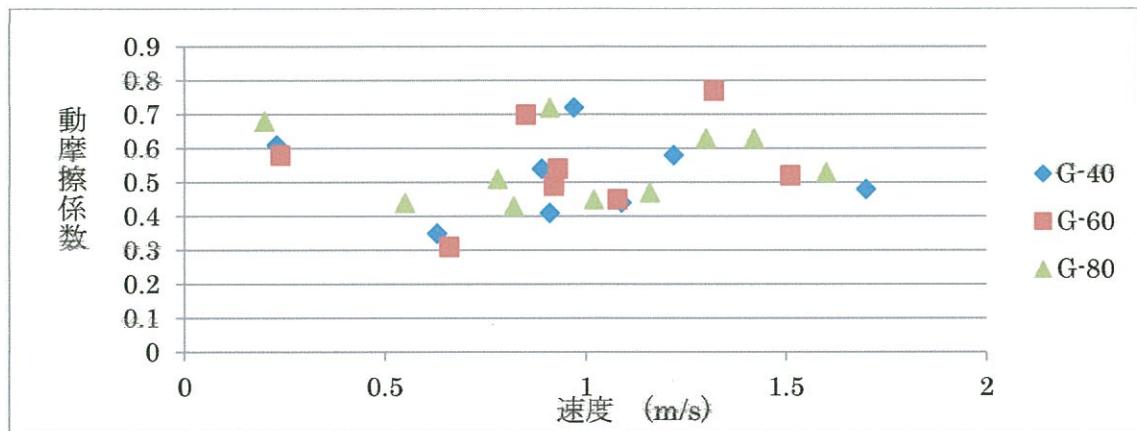
灰色…0~8cm は値が 0.8 以上のもの、それ以外は値が 1.0 以上のもの。

一般的には多くの場合、静止摩擦係数  $\geq$  動摩擦係数となることが知られている。

しかし、今回のデータでは静止摩擦係数  $\geq$  動摩擦係数とはなっていない値が多い。原因として、測定方法が異なる(糸の使用など)こと、ビースピによる誤差がやはり大きいことが考えられる。また、使用した板の表面が一様な粗さではないことも考える必要がある。動摩擦係数は 8cm ごとの値から算出した平均値なので当然誤差も大きい。加えて、運動開始直後は木片が不安定でありそのままグラフに表すことはしない方が良い。そこで、値の抽出を行うがこちらがどこかで線引きするよりほかないとと思われる。そこで定めたものが上記のものである。0~8cm のみ基準値が低いのはできる限り不確かな要素を除いて、傾向を知るためである。表を見れば明らかだが、動摩擦係数はどちらかのかたちで速度に依存しており、材質の組み合わせによって決まる定数とすることはできない。傾向および原理を考察すれば、外れ値も見えてくと思われる。

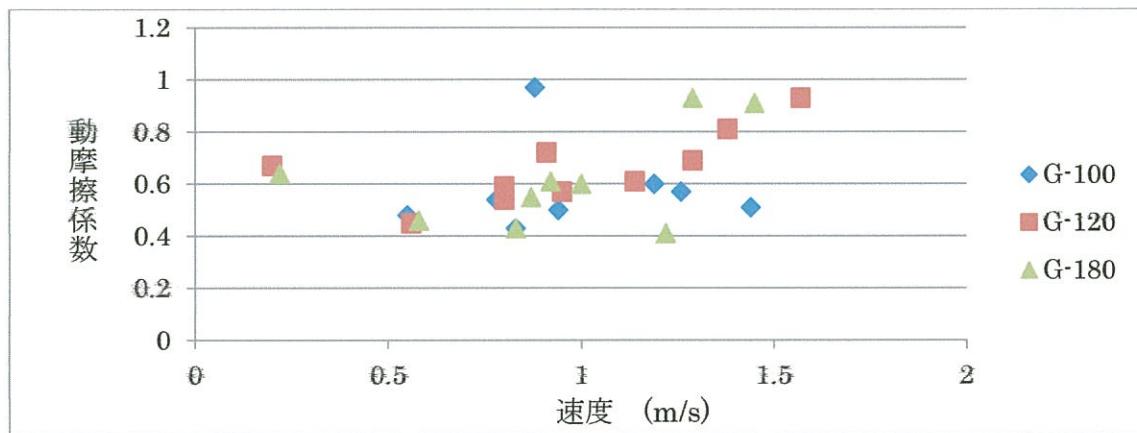
茶色…動摩擦係数が 0.3 未満であるもの。短時間で動摩擦係数が大幅に減少したとすると相当な速度変化が実験で起きていたことになるが、これはあまりに視覚での観察と一致しない。また、速度が大きいとビースピの誤差も大きくなることが分かつており、それも考慮した。

### アクリル板 G-40~80



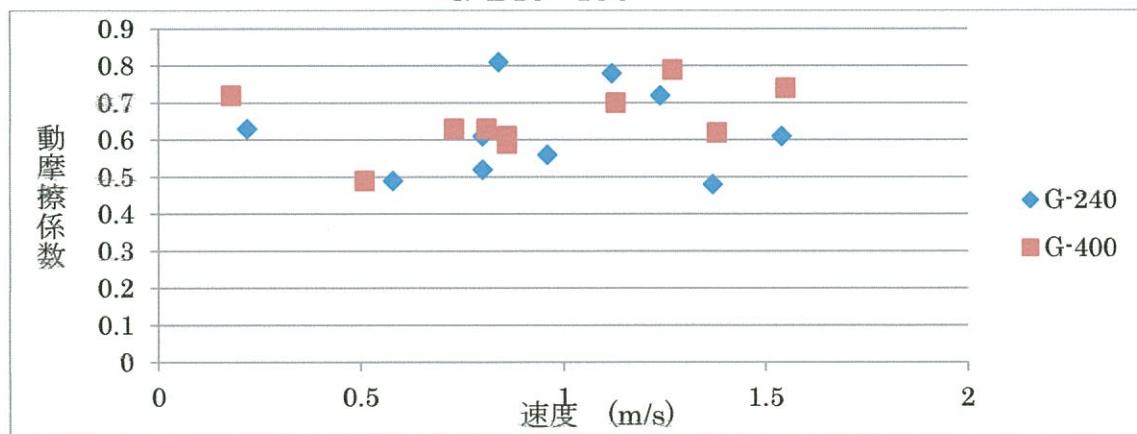
Graph 10

### G-100~180



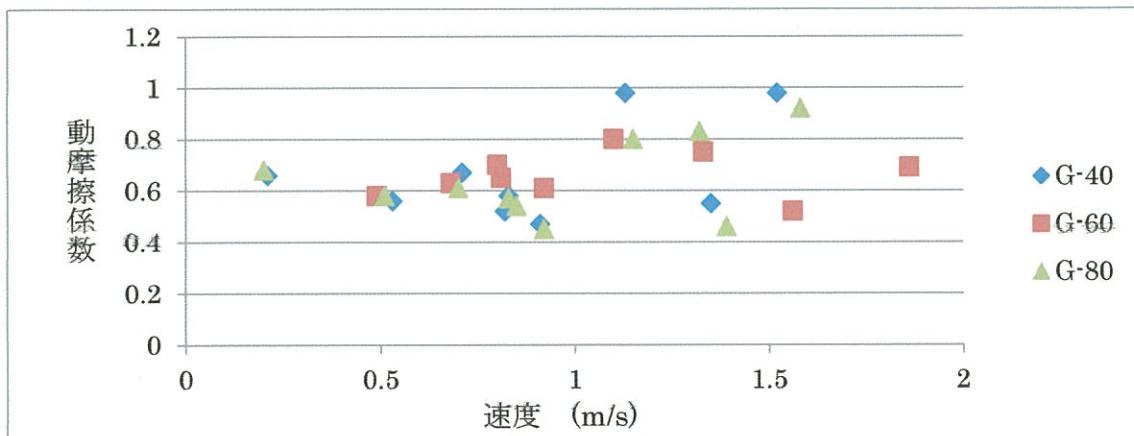
Graph 11

### G-240~400



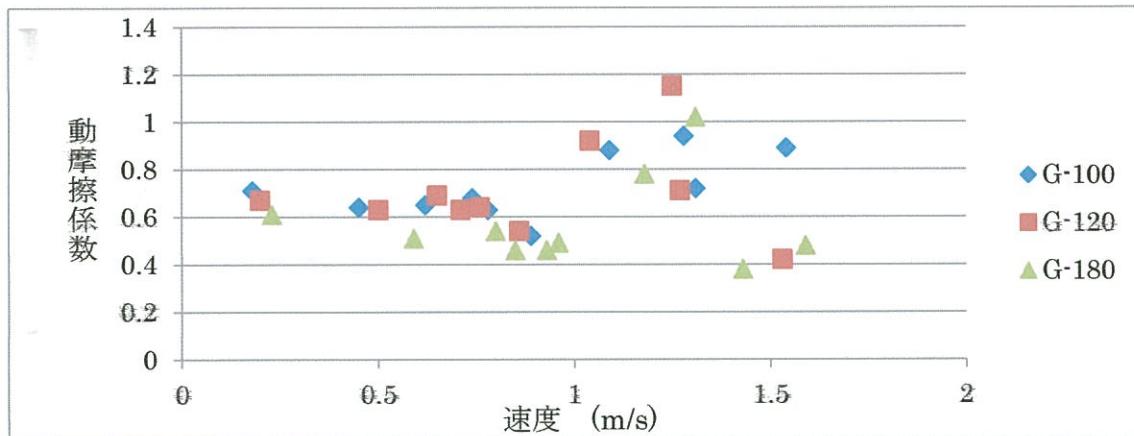
Graph 12

### 銅板 G-40~80



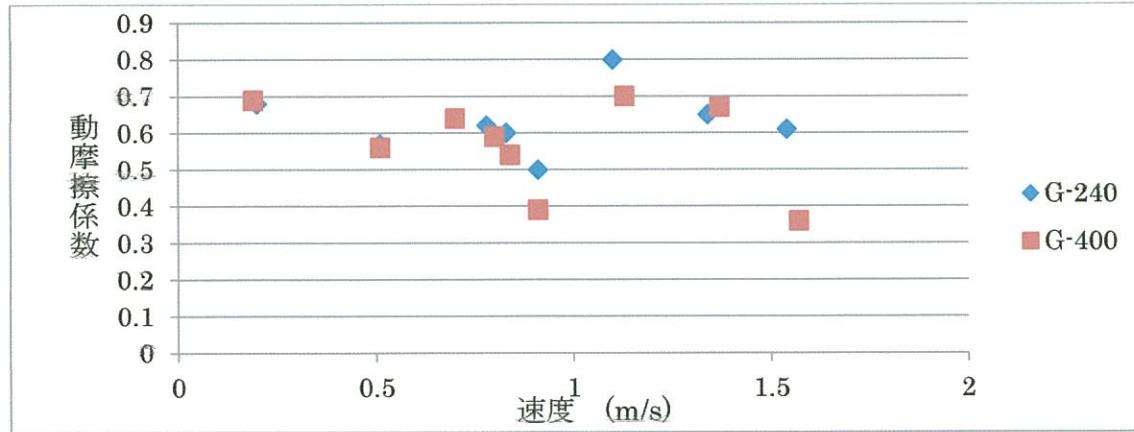
Graph 13

### G-100~180



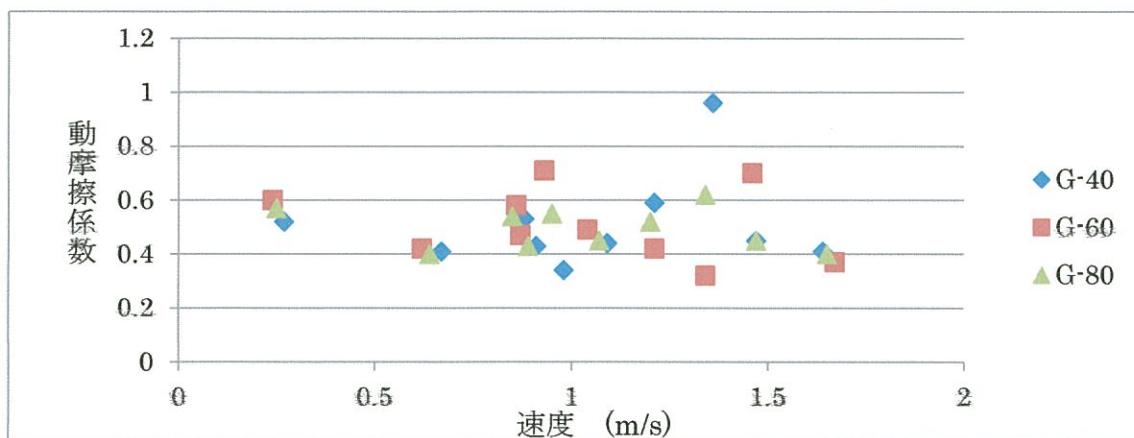
Graph 14

### G-240~400



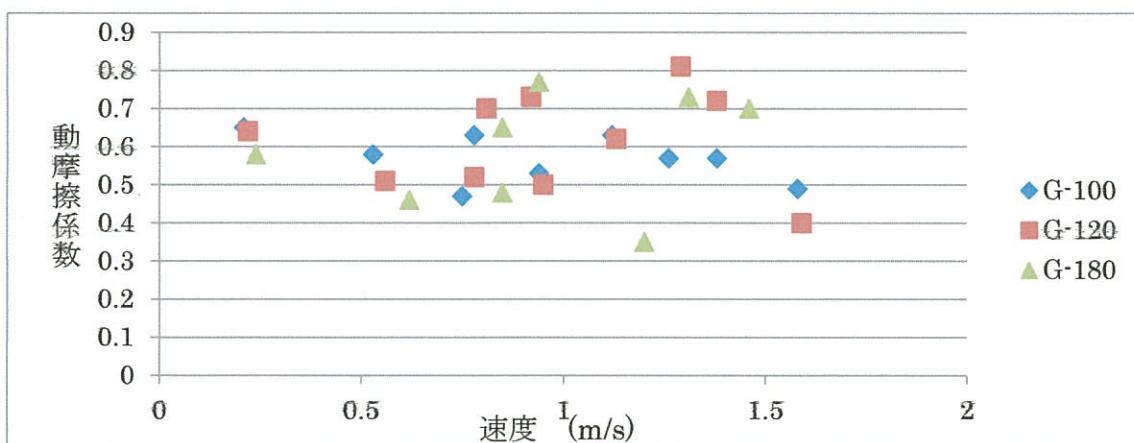
Graph 15

### ステンレス板 G-40~80



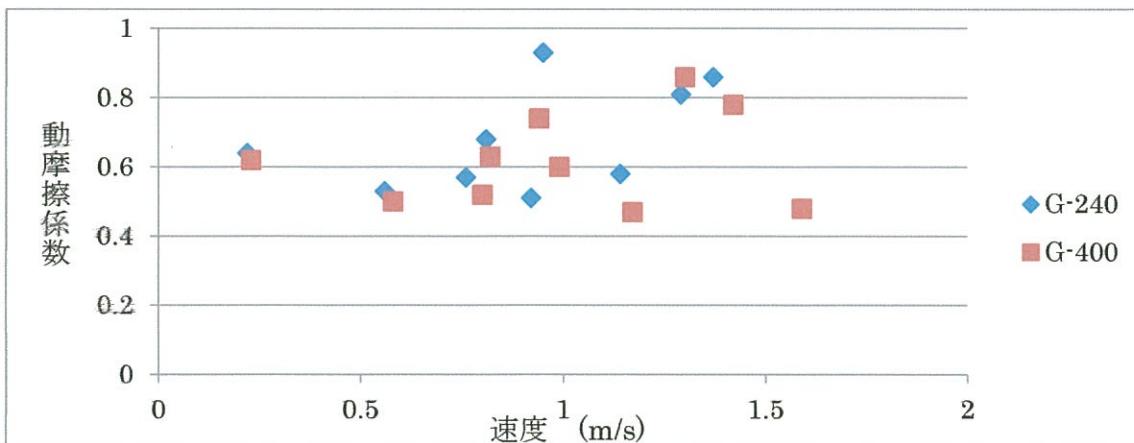
Graph 16

### G-100~180



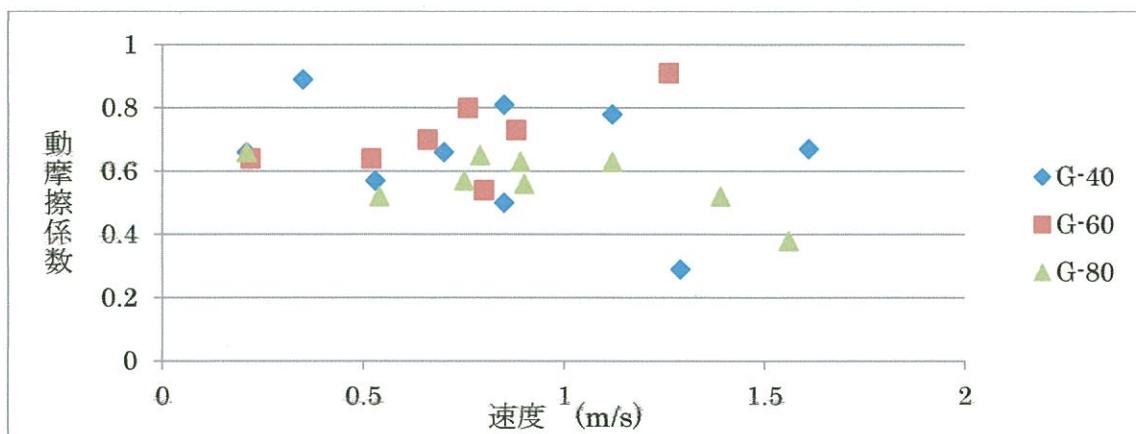
Graph 17

### G-240~400



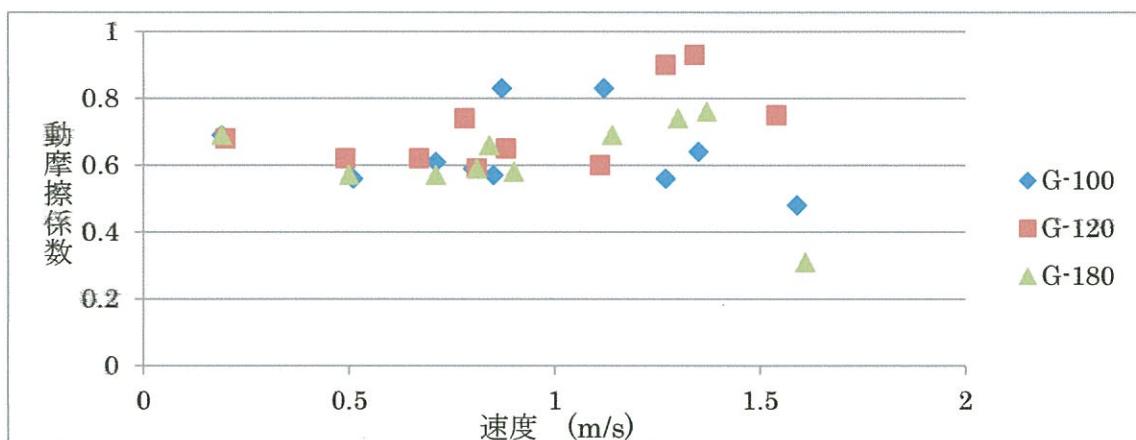
Graph 18

### アルミ板 G-40~80



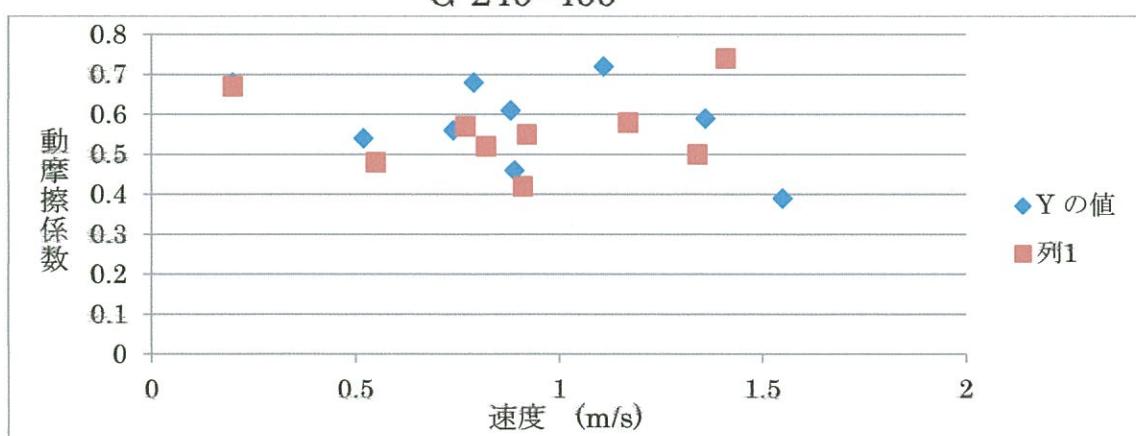
Graph 19

### G-100~180



Graph 20

### G-240~400



Graph 21

## 考察II-2

いくつかのグラフ(特に銅)において、真ん中で二つに分かれているようにみえるものがある。これは、途中で木片が少し引っかかるなどの理由でうまく測定できなかつたことが原因と考えるのが自然である。

紙やすりの番数と動摩擦係数の関係だが、静止摩擦係数ほど大きな違いはないように見える。

全体的なグラフの特徴は以下のようであると考えた。

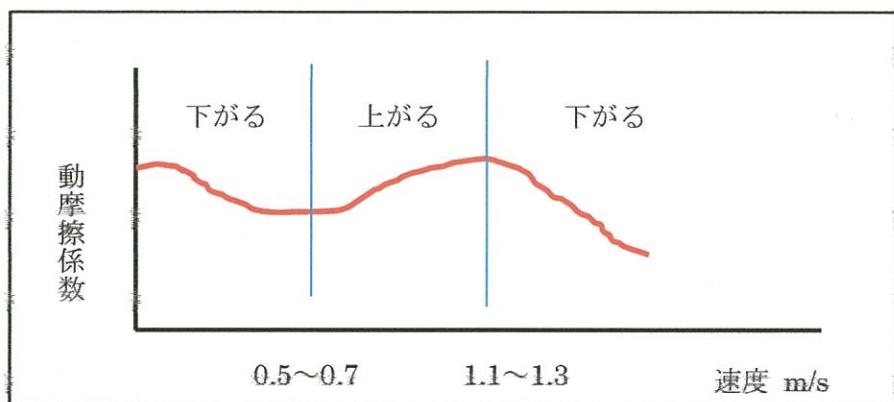


Figure 6

動摩擦係数が、下がる→上がる→下がるとなっている様子がどのグラフからも読み取ることができる。

### 仮説の是非について

速度が増加すると動摩擦係数が増加するという仮説が成り立っていないことは明らかであり、むしろ逆の傾向、速度の増加にともなって動摩擦係数が減少していることが分かった。ビースピの値を見ても、等速に近づく様子は見えない。誤差の大きい予備実験によって、間違った仮説を立てていたことが分かった。

この結果を踏まえたうえで次の考察をしよう。

### 結果の原因についての理論的な考察

静止摩擦係数の考察の際と同じように、実験結果を理論的に説明したいと思う。

運動している物体に摩擦力がはたらくということは、物体の運動エネルギーが失われることがある。(補足2) よって、どういうときにどんなかたちで物体の運動エネルギーが失われるかを考えることができれば、結果を説明することができるはずである。

摩擦によって運動エネルギーは、音や熱に変換され、表面の摩耗などによっても減少する。このうち、熱と音に関しては扱うことが難しいため、この考察では表面の摩耗に注目したいと思う。

木片が板の上を滑っている際、以下のような現象が起きているものと考えられる。

- ①静止摩擦で述べたような、表面の突起を乗り越える運動。
- ②静止摩擦で述べたような、表面の突起を破壊する現象。
- ③紙やすりの粒子が板の表面を傷つける（掘る）現象。

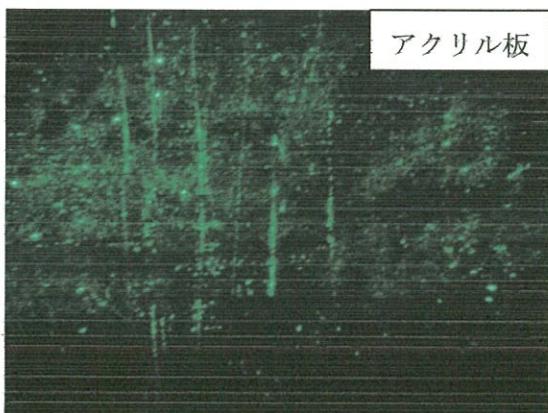
このうち、②③では運動エネルギーの減少が大きいはずなので、はじめにこれらと速度との関係を考える。

#### ②表面の突起を破壊する現象について

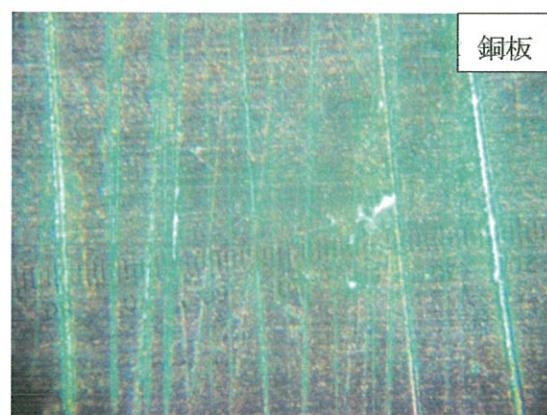
表面の突起を破壊するには、それだけのエネルギーを木片が持っていることが条件となる。あるいは、エネルギーが大きいほど破壊する突起の量が多いとも考えられる。この考えによると、速度の増加にともなって多くの運動エネルギーを失う。すなわち、動摩擦係数は速度とともに大きくなる。

#### ③紙やすりの粒子が板の表面を傷つける現象について

まず、紙やすりが板の表面を削っているかどうかだが、これについては静止摩擦の顕微鏡を使った観察と同じ手法で4種類の板を調べたので、写真を載せる。



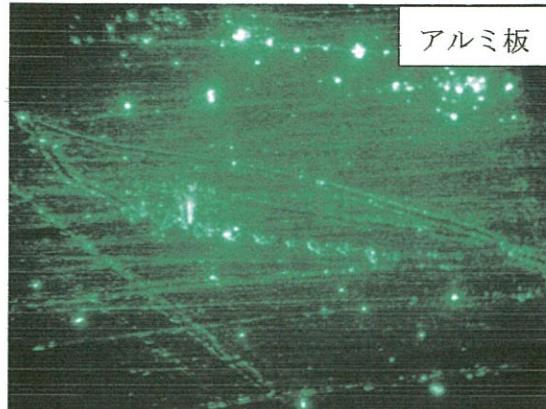
Picture 21



Picture 22



Picture 23



Picture 24

写真の線状の溝は、元々ついていたものに加えて、実験によってついた傷であると考えられる。紙やすりは板の表面を削って運動したといえる。

この紙やすりの粒子が板の表面を傷つける（掘る）現象だが、大きな影響として、まず上からの荷重が考えられるが、実験では木片の質量はほぼ等しいので考えなくて良い。次に速度との関係だが、ゆっくり動く場合は表面を削ることができるが、速度が大きい場合は削る前に表面を滑ってしまうと考えられる。

この考えによると、動摩擦係数は速度の増加とともに減少すると思われる。また、板の材質がやわらかいほど速度依存性が強くなるといえる。上の4種類の板の写真を見ると、表面の傷の多さはアルミ、銅、ステンレス、アクリルの順番であり板によって速度への依存の仕方は異なるはずである。

#### ①表面の突起を乗り越える運動

この運動ではエネルギーの減少は少ないが速度によって②や③関係する要素があるので述べる。

平面図形のモデルで考える。

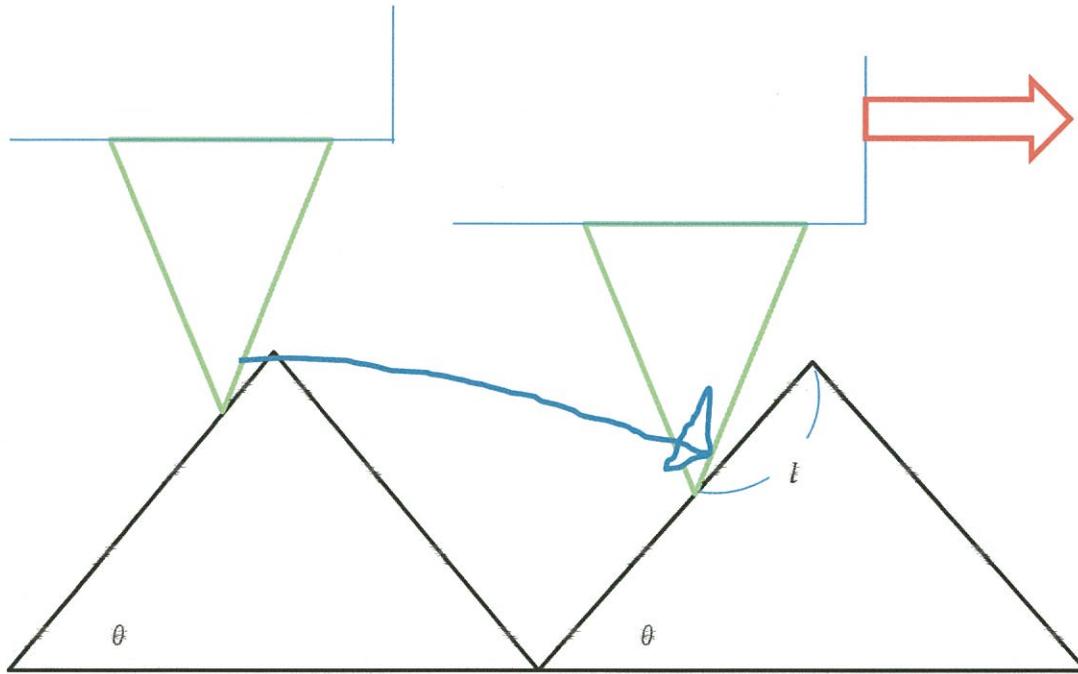


Figure 7

突起の乗り越えた物体はその後、水平方向に外力、鉛直方向に重力を受ける。

下の突起を底辺 $d$ 、底角 $\theta$ の二等辺三角形として次の突起に達したときの頂点からの距離 $l$ を求める。簡単にあつかうために、初速はないものとした。

水平方向に $x$ 軸、鉛直方向に $y$ 軸をとる。外力による水平方向の加速度を $a$ 、重力加速度を $g$ 、物体が一つ目の頂点を飛び出してからの時間を $t$ とおく。

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + \frac{d}{2}\tan\theta \quad y = x\tan\theta - \frac{d}{2}\tan\theta \quad \text{の 2 式を解けばよい。}$$

$$\text{ここで、 } x = \frac{1}{2}at^2 \quad \text{かつ} \quad y = -\frac{1}{2}gt^2 + \frac{d}{2}\tan\theta$$

さらに、 $l = \frac{1}{\sin\theta} \times y$  の減少距離 を用いて 2 式を解くと

$$y = -\frac{d\tan\theta}{\tan\theta + \frac{g}{a}} \cdot \frac{g}{a} + \frac{d}{2}\tan\theta$$

$$\therefore l = \frac{gd}{a\cos\theta} \cdot \frac{1}{\tan\theta + \frac{g}{a}}$$

この式によると加速度が大きいほど、 $\mu$ は小さくなる。

この式自体に大して意味はないが、要するに、速度が大きいほど突起の上部へ到達するので、突起の破壊によるエネルギーの損失が小さくなるのである。

以上①②③から次のことがいえる。

- ・やわらかい板の上では、速度が増加すると動摩擦係数は小さくなる。
- ・速度がある程度速くなると表面の突起を破壊することが可能になり摩擦係数は速度の増加とともに大きくなるが、削れる量には限界があるので、次第に運動エネルギーに対するエネルギーの減少の割合は小さくなり、動摩擦係数は減少する。
- ・水平方向の速度が大きいほうが、表面の突起が食い込みにくくなり動摩擦係数は減少する。

これによって、物体のエネルギーの減少についてある程度説明することができたので実験結果との関係の説明を試みようと思う。

データの解析から、動摩擦係数が下がる→上がる→下がるとなっている様子を観測することができた。

実際の表面の構造は上記のモデルほど単純ではなく、完全に説明することはできないが3つの領域で次のように摩擦が発生していると考えた。

- ・最初の動摩擦係数が「下がる」部分

木片の速度は比較的小さいので、運動エネルギーは小さい。そのため、表面の突起を破壊することはできず、説明①③の状況が起こっているではなかろうか。

- ・2番目の動摩擦係数が「上がる」部分

物体がある程度の速度を持つようになると、(①③の要素に加え) ②の状況が発生するだろう。表面の突起を破壊できるようになり、速度の増加にともなって動摩擦係数が大きくなつたと思われる。

- ・3番目の動摩擦係数が「下がる」部分

上記での①②③の要素が組み合わさり、速度が十分に大きくなることで木片の運動エネルギーに対しての摩擦によって失われるエネルギーの割合が小さくなり、動摩擦係数は速度の増加とともに減少したと考えられる。

動摩擦係数の上がり下がりがどの速度のときに起こるかは、板の種類によって異なる。これは板によって、もともとあった傷の様子が違っていたり、やわらかさが異なることで、①②③で代表される摩擦の組み合わせの割合が違っていたり、それらの状況が起ころのに必要な速度が異なるためであると考えられる。

以上で実験下での動摩擦について、ある程度説明することができた。ただ、今回の実験では範囲の狭い速度の観測しか行っておらず、上記の説明での状況がすべてではないため動摩擦係数の速度依存性を完全に説明できたとはいえない。速度がより大きくなると、今回考えていない音や熱の影響が大きくなることが予想される。  
とはいっても、動摩擦係数の速度依存性を調べることでより本質的に摩擦の原理と摩擦によるエネルギーの損失への理解を深めることができた。

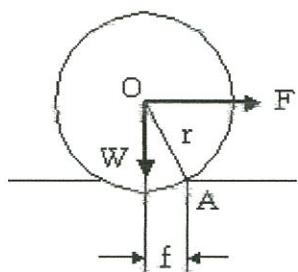
### III 転がり摩擦係数の測定

静止摩擦力は静止している物体にはたらく力、動摩擦力は運動している物体にはたらく力であった。ところが、物体が滑りもせず静止をしていない状態で存在することがある。これが、「転がる」ということである。この「転がる」運動においても摩擦力がはたらき、いずれ回転運動はなくなる。この時物体にはたらく摩擦力は静止摩擦力とも動摩擦力とも異なり別の原理によって摩擦力が生まれるとるべきである。転がり摩擦係数とは、転がり摩擦力が発生する際に定められる定数であるが、条件によって大きく値が変動する。さらに、静止摩擦係数や動摩擦係数と比較すると非常に小さいことが知られている。実用的には、タイヤの転がり摩擦係数などが測定されている。

## 仮説

転がり摩擦係数について調べると以下のようなことが分かった。

下図に示すように、重量  $W$  の球や円板あるいは円柱などの物体が、 $F$  という力を受けて平面上をすべることなしにころがる場合を考える。物体も平面とともに剛体ではないため変形して、図に示すようにへこんだ状態になる。このとき、A点回りのモーメントのつり合いより、物体をころがすのに必要な力  $F$  を与える式として、下記の式が得られる。



$$F = f \frac{W}{r}$$

$W$  : 物体の重量 (N)  
 $r$  : 物体の半径 (mm)  
 $f$  : ころがり摩擦係数 (mm)

図 ころがり摩擦

すべり摩擦の摩擦係数が無次元である(単位を持たない)のに対して、ころがり摩擦係数は、長さの単位(mm)を持っており、本質的に意味が異なる性質のものである。ころがり摩擦係数は、すべり摩擦よりはるかに小さい値である。

図および文章は <http://www.washimo-web.jp/Technology/Statics/No12/Statics12.htm>

さらに、 $f/r$  を転がり抵抗係数とすると 転がり摩擦力 = 転がり抵抗係数  $\times f/r$

転がり抵抗係数と転がり摩擦係数は異なるため注意が必要。ただし、転がり摩擦力と転がり抵抗はこのレポートでは特に区別しない。

これらをもとに実験を行う。

### <実験手法III>

1. セラミック球を木の板の上を転がして、転がり摩擦係数を測定する。セラミック球は最初レールを使って加速させる。セラミック球のスタート地点の高さは2種類で行った。
2. セラミック球が木の板の上で転がっているときの並進運動の速度を、ビースピを用いて測定する。
3. セラミック球の減速の様子を解析して転がり摩擦係数を算出する。

セラミック球と木の板を使用した理由は以下の通り。

- ・転がり摩擦係数は非常に小さい値であるため、より精密な計測が要求される。
- ・静止摩擦と動摩擦の実験の際用いた4種類の板を使用したかったが、長さが短く減速の様子をくわしく測定することは困難であると判断したため。
- ・質量分布が一様なものでなければ一定の角速度で転がらず、転がり摩擦係数の測定は困難であり、円柱状の木材なども試したが用意できたものの中で最もなめらかに転がったものが、実験で使用したセラミック球であったため。

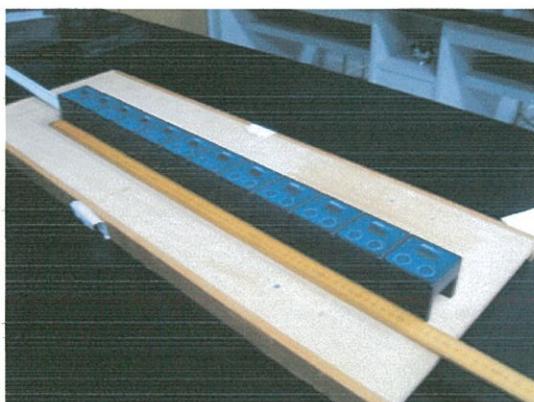
同じ高さでそれぞれ10回測定を行った。

ビースピは、6cmの間隔で一列に12個並べ、その下をセラミック球が通過するようにした。

使用したビースピは、BeeSpi V (DJ-0001)である。動摩擦の実験と異なり m/s で計測できる。動摩擦の実験が終了した後、学校の先生が注文してくださったものが届いたためこのビースピを使用することができた。

セラミック球のスタート位置の高さは言及しない。セラミック球がレールから木の板の上に落ちる際、衝撃があるためである。計測するのは、木の上での減速具合なので速度が分かればよい。

以下、実験の様子の写真である。



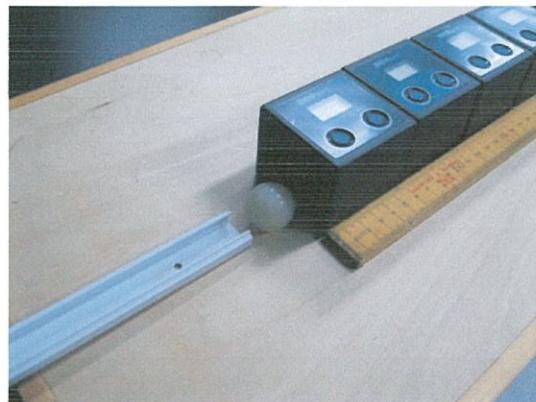
Picture 25



Picture 26



Picture 27



Picture 28

### 実験結果III

実験によって以下のデータを得ることができた。  
この日の天気は雨、湿度 70%、気温 23℃であった。  
表の値は全て速度 (m/s) である。

高さ 1

	0cm	6cm	12cm	18cm	24cm	30cm	36cm	42cm	48cm	54cm	60cm	66cm
1回	1.26	1.26	1.26	1.25	1.25	1.25	1.24	1.23	1.23	1.22	1.21	1.20
2回	1.26	1.25	1.26	1.24	1.24	1.24	1.24	1.23	1.22	1.21	1.20	1.19
3回	1.25	1.24	1.25	1.24	1.23	1.23	1.23	1.22	1.21	1.21	1.20	1.20
4回	1.27	1.25	1.26	1.24	1.25	1.24	1.24	1.23	1.22	1.22	1.20	1.21
5回	1.28	1.25	1.26	1.25	1.25	1.24	1.24	1.23	1.22	1.22	1.21	1.21
6回	1.25	1.24	1.26	1.24	1.23	1.23	1.24	1.23	1.21	1.21	1.21	1.21
7回	1.26	1.24	1.26	1.25	1.23	1.23	1.24	1.23	1.22	1.21	1.21	1.21
8回	1.26	1.26	1.27	1.25	1.24	1.25	1.25	1.23	1.23	1.24	1.22	1.21
9回	1.25	1.24	1.26	1.25	1.23	1.23	1.24	1.23	1.21	1.22	1.21	1.21
10回	1.28	1.26	1.26	1.26	1.26	1.25	1.25	1.24	1.24	1.24	1.22	1.22

## 高さ 2

	0cm	6cm	12cm	18cm	24cm	30cm	36cm	42cm	48cm	54cm	60cm	66cm
1回	0.92	0.91	0.92	0.91	0.90	0.90	0.89	0.88	0.87	0.87	0.87	0.85
2回	0.92	0.92	0.93	0.92	0.91	0.91	0.91	0.90	0.89	0.89	0.89	0.89
3回	0.93	0.92	0.92	0.92	0.92	0.91	0.90	0.89	0.89	0.89	0.87	0.87
4回	0.92	0.92	0.92	0.91	0.90	0.91	0.91	0.89	0.89	0.89	0.88	0.88
5回	0.92	0.91	0.92	0.91	0.91	0.89	0.89	0.88	0.87	0.87	0.86	0.86
6回	0.91	0.91	0.92	0.91	0.90	0.90	0.90	0.90	0.89	0.88	0.87	0.87
7回	0.92	0.92	0.92	0.91	0.91	0.91	0.90	0.89	0.88	0.89	0.87	0.87
8回	0.92	0.92	0.92	0.91	0.91	0.91	0.91	0.89	0.89	0.89	0.88	0.88
9回	0.91	0.91	0.92	0.91	0.90	0.90	0.90	0.89	0.89	0.88	0.88	0.87
10回	0.93	0.92	0.92	0.91	0.91	0.91	0.90	0.90	0.89	0.89	0.88	0.88

### 転がり摩擦係数の算出

実験で得られたデータから転がり摩擦係数を算出する。

算出をするにあたって、どの値を用いるかが肝心である。ビースピの値を見るとセラミック球は常に減速しているわけではない。しかし、今回用いたビースピもその仕組みは動摩擦係数の際用いたものと同じであり、誤差が大きく今回の実験の速度では  $\pm 0.2\text{m/s}$  ほどであることが分かっている。

実際に転がり摩擦係数を算出するのに用いたデータの判断内容、基準は、以下の通り。

- ・赤色、青色、緑色のデータのみを用いる。赤色は基準とする値。青色はビースピの値をその位置での球の速度として計算する。赤色、緑色は同じ速度の間の位置での球の速度として計算する。
- ・灰色は最初のビースピの値であるが、セラミック球が木の板に落ちる際わずかにがらバウンドしている可能性を否定できないため、全く用いないことにした。それ以外にも信用できない2番目のビースピの値にも灰色を付けた。
- ・採用した値は2番目のビースピ以外は全て同じ値が2つ以上計測されたものである。というのも、一つの値が一つのビースピでしか得られていない場合、位置が曖昧になってしまうためである。
- ・転がり摩擦係数は、まず1回ごとにいろいろな距離から値を出し1回1回の平均値を出す。次に10回の平均値を出し高さごとの転がり摩擦係数を求めることにする。

結果的に全データの半分ほどしか転がり摩擦係数の算出に用いることができなかった。しかし、転がり摩擦係数は非常に小さく精密さが要求されるためやむを得ない。

## 具体的な計算方法

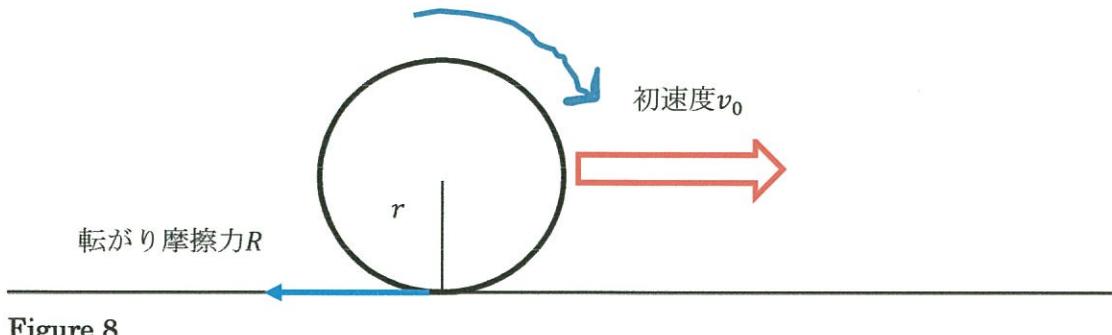


Figure 8

半径 $r(0.0125\text{m})$ 、質量 $m$ のセラミック気球がはじめ初速度 $v_0$ で滑らずに転がり、転がり摩擦力 $R$ によって減速する運動を考える。

球の並進運動の運動方程式より

$$ma = -R$$

ここで $a$ は球の加速度、 $\eta$ は転がり摩擦係数 また、 $R = \eta \frac{Mg}{r}$  なので

$$ma = -\eta \frac{mg}{r}$$

整理して

$$\eta = -\frac{a}{g}$$

等加速度運動の公式  $v^2 - v_0^2 = 2ax$  より  $a = \frac{v^2 - v_0^2}{2x}$  を用いると

$$\eta = -\frac{r}{g} \cdot \frac{v^2 - v_0^2}{2x}$$

ただし、 $v_0$  は表の赤色の値。

単位は  $g[\text{m/s}^2]$   $v[\text{m/s}]$   $x[\text{m}]$  なので  $\eta[\text{m}]$

算出した転がり摩擦係数を載せる。有効数字は3ケタ

### 高さ 1

1回目	0.0000889(m)	0.000122		0.000105 (平均)
2回目	0.0000756			0.0000756
3回目	0.0000656	0.000104	0.000109	0.0000929
4回目	0.000106	0.000143		0.000125
5回目	0.000106	0.000143	0.000139	0.000129
6回目	0.0000918			0.0000918
8回目	0.000122			0.000122
9回目	0.000154			0.000154
10回目	0.0000889	0.0000966	0.000132	0.000106

### 高さ 2

1回目	0.0000549(m)	0.0000945			0.0000747 (平均)
2回目	0.0000486	0.0000769			0.0000628
3回目	0.000128	0.000119			0.000124
4回目	0.0000486	0.0000961	0.0000805		0.0000751
5回目	0.0000850	0.000101	0.0000989		0.0000950
6回目	0.0000427	0.0000796			0.0000612
7回目	0.0000648	0.000100			0.0000824
8回目	0.0000555	0.0000824	0.0000805		0.0000728
9回目	0.0000481				0.0000481
10回目	0.0000648	0.0000703	0.0000769	0.0000805	0.0000719

高さ 1 での平均値 : 0.0000996(m)

高さ 2 での平均値 : 0.0000768(m)

### 考察III

高さの違いで若干の値の違いが見られた。高さ 1 > 高さ 2 であり、初速度も同じ向きに不等号がつく。前にも述べたように高さでの比較は衝撃があり、あまり意味を持たないが初速度との関係はどうだろう。多少値の差が出たものの、ごくわずかであり、ビースピの誤差を考えると、今回の結果から速度と転がり摩擦係数との関係を結論づけることは難しいと思われる。

静止摩擦係数や動摩擦係数との違いだが、第一に転がり摩擦係数自体が長さの次元を持つこと、そして値が非常に小さいことが挙げられる。長さの次元を持つということは、セラミック球のような素材でも表面で球あるいは木が変形しているといえる。すなわち、物体の変形のしやすさに転がり摩擦係数は影響を受ける一方、静止摩擦係数や動摩擦係数に比べて表面の構造による影響は少ないといえる。もっとも、転がるという条件自体にある程度表面がなめらかであるという内容が加わっていることを考えると、このことはほとんど自明である。

予想どおり非常に小さな値が出たが、文献値と比べるとどうだろうか。  
木とセラミックの転がり摩擦係数は見つけることができなかつたが、「鋼球の転がり摩擦係数は 0.00002 - 0.0001 程度にすぎない」(Wikipedia 転がり抵抗) らしく、かなり近い値を得ることができた。要因としては

- ・低速度で測定を行ったことで、ビースピの誤差を抑えることができた。
  - ・転がり摩擦係数を算出する際に用いるデータの抽出を丁寧に行ったこと。
- などが考えられる。

#### 実験誤差について

セラミック球が木の板の上で滑っていないことは観察によって確かめてある。しかし、ビースピの中で完全にまっすぐには転がってはいない。回転の方向も若干ではあるがずれており、これが摩擦による効果であってもビースピでの測定値に影響すると思われる。ビースピで作ったトンネルの幅の分だけ左右の誤差があるといえる。

## IV 摩擦全体に関する考察

物体にはたらく摩擦力の大きさは、表面の構造に大きく左右されることが分かった。複雑な要素が重なり合うため、摩擦係数を材質の組み合わせによって決まる定数とすることはできない。紙やすりを使うことで、ある程度表面の凝着の影響を減らしたにも関わらず、それでもまばらな実験結果になったことを考えると、摩擦力の大きさを正確に予測することは不可能に近いと思われる。私たちにできることはせいぜい傾向をつかむことだが、傾向をつかむことによって摩擦の原理についての議論を深めることができる。たとえば、今回の実験の一つで動摩擦係数の速度依存性について考えたが、非常に狭い速度領域にも関わらずいくつかの共通点を見出すことができ、モデルではあるが動摩擦力が発生している際の状況について推測することができた。

今回の実験では、摩擦力が荷重に比例するというアモントン・クーロンの法則の一部をすべての段階で認めたが、これも近似的に成り立っているにすぎず、荷重の範囲についても限定されることは容易に想像できる。

動摩擦係数に関して、速度との関係を定式化することができればよかったです、紙やすりとたかだか4種類の板との関係を定式化しても、私の力量では実験結果に合わせることが精いっぱいだと思われる。一方で今回議論した物体の状況を説明する試みは、全てではないが、紙やすり以外の摩擦に関する議論でも持ち込むことができるかも知れない。

今回私が説明を試みた摩擦の原理は、表面の構造や摩耗などのマクロな視点のみによるものである。より細かく、正確に摩擦の原理について議論するにはもっとミクロな視点（細かい振動によって発生する音や、熱の影響、さらには真実接地面積による分子間力など）での観測や考察が必要になるであろう。しかし、それだけの議論をしようと思えばより高価な実験機材や、複雑な理論の構築が要求される。それを踏まえた上でこのレポートである。サイエンスにおいて対照実験とは非常に重要な考え方であり、ミクロな世界の干渉をより少なくなるように実験を工夫したのである。結果、実験での傾向をある程度理論的に考察することが可能になった。

実験誤差に関しては、膨大なデータを取り、丁寧に議論したうえで解析することで、精度を高めることができた。

### (3) 結論

#### 静止摩擦についての結論

静止摩擦の実験では、表面の粗さと静止摩擦係数にどのような関係があるのかを検証した。結果は表面の粗さによって静止摩擦係数は連続的に変化するのではなく、粗さや組み合わせによって摩擦の条件が微妙に変わり静止摩擦係数が大きくなったり小さくなったりするというものであった。しかし、その変化は無秩序なものではなく、表面の構造をくわしく調べることである程度の規則性を知ることができた。静止摩擦係数が一回一回大きく異なるのは実験誤差以外に、表面の凸凹の組み合わせがその都度変化するためである。

### 動摩擦についての結論

動摩擦の実験では、動摩擦係数が物体の運動速度に依存するという仮説を検証することが目的であった。結果、当初の仮説とは異なるかたちではあったが動摩擦係数の速度依存性を確かめることができた。今回の実験での速度の範囲では、最終的に動摩擦係数は小さくなるようである。

動摩擦に関しては、音や熱など議論していない点が多く、実験誤差による影響が大きいため、完全に原理を説明することはできなかった。特に、熱に関しては速度がもっと大きくなると摩擦熱の影響が大きくなると考えられる。動摩擦係数全体として定式化するならば、様々な速度での実験をすることが必要である。

### 転がり摩擦についての結論

転がり摩擦係数の測定では、誤差の影響を減らし、より正確な値を求めるなどを大きなテーマとしつつ、他の摩擦係数との違いを知ること目的として実験を行った。結果としては、より細かい間隔で速度を計測し、データの解析を丁寧に行うことで誤差をかなり抑えることができると分かった。また、転がり摩擦係数は静止摩擦係数や動摩擦係数と比べ、測定しているとき一回一回によって値の変動が小さい。これは、転がり摩擦の発生に物体の変形という外部の影響を受けにくい要素が強く関わっているためであると思われる。

## (4) 参考資料、補足

文献 [1]摩擦の物理 松川宏 岩波書店

[2]新・物理入門 山本義隆 駿台文庫

[3]物理学 阿部龍藏・川村清 サイエンス社

web

<https://ja.wikipedia.org/wiki/%E6%91%A9%E6%93%A6%E5%8A%9Bv>

Wikipedia 摩擦力

<https://ja.wikipedia.org/wiki/%E8%BB%A2%E3%81%8C%E3%82%8A%E6%8A%B5%E6%8A%97>

Wikipedia 転がり抵抗

<http://www.tuat.ac.jp/~y-ando/lab/Lecture.html>

マイクロトライボロジーとは

[http://detail.chiebukuro.yahoo.co.jp/qa/question\\_detail/q1287793102](http://detail.chiebukuro.yahoo.co.jp/qa/question_detail/q1287793102)

yahoo 知恵袋 転がり摩擦力について質問です

<http://www.washimo-web.jp/Technology/Statics/No12/Statics12.htm>

機械技術者のための工業力学入門

(補足 1)

動摩擦係数の算出について

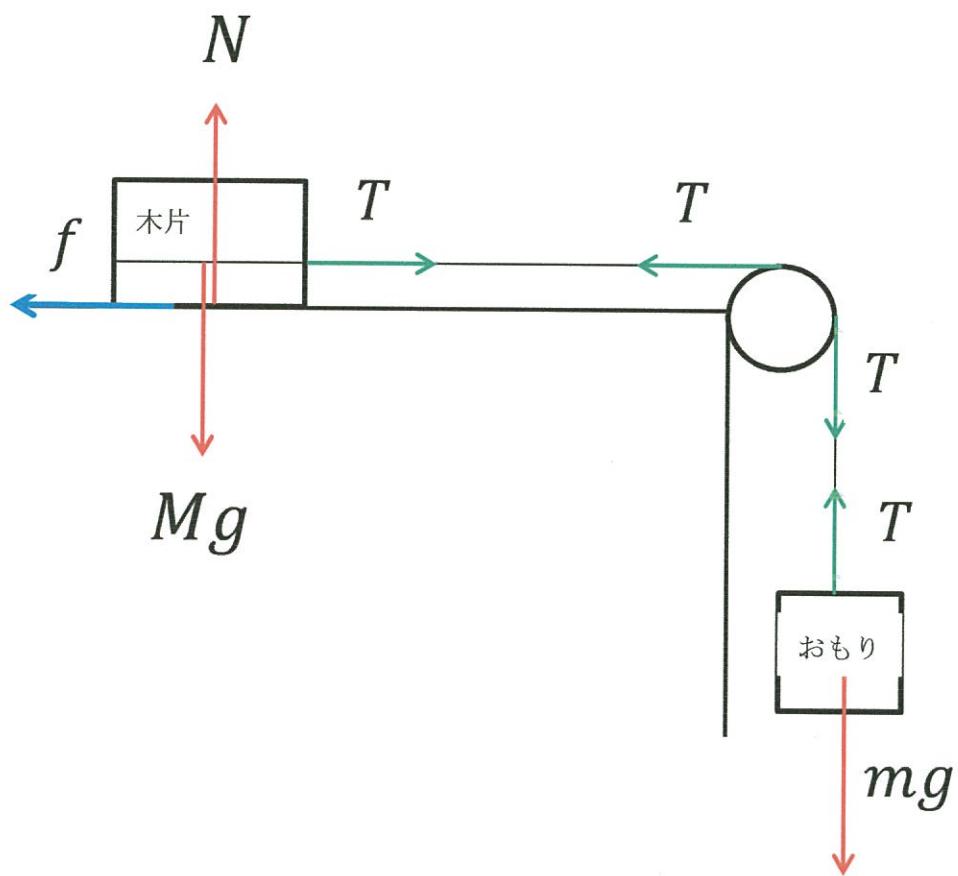


Figure 9

各ビースピの間は一定の加速度(すなわち動摩擦係数一定)で運動しているものとして動摩擦係数を算出する。

$$\text{等加速度運動の公式 } v^2 - v_0^2 = 2ax \quad \text{より } a = \frac{v^2 - v_0^2}{2x}$$

$f$ は動摩擦力  $T$ は糸の張力

$$N = Mg \quad f = \mu'N \quad \text{より}$$

木片とおもりの運動方程式は

$$\begin{aligned}
 \text{木片} : \quad Ma &= T - \mu' Mg \\
 \text{おもり} : ma &= mg - T \\
 \text{辺々足して} \quad (M+m)a &= mg - \mu' Mg \\
 \therefore \mu' &= \frac{m}{M} - \frac{(M+m)a}{Mg}
 \end{aligned}$$

ここで  $a$  は二つの速度の平均の加速度である。すなわち算出された動摩擦係数は二つのビースピの間の平均の値。

### (補足 2)

もちろん、おもりの位置エネルギーがした仕事が木片の運動エネルギーと摩擦力のした仕事に変換されたとして動摩擦係数を算出することもできる。しかし、8cm という微小な区切りの中で誤差の大きいビースピの値を 2乗すればかなりの誤差になると考えられる。また、滑車との摩擦も無視できなくなるため、この方法は採用していない。

## (5) 共同実験者と役割分担

共同実験者 沼本 真幸 (ぬもと まさき)

共同実験	静止摩擦係数の測定	実験 I-1、I-2
	動摩擦係数の測定	実験 II-1、II-2

実験手法、実験は共同  
考察、結論は個人

その他、実験道具を貸してくださいり、助言をしていただいた物理研究室の先生方には心より感謝申し上げます。

## ( 6 ) 実験データ

ここに本編で載せることができなかつた実験のデータを載せる。

### 実験 I - 2

G-40 の紙やすりを下にした場合

	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	平均
G-40	53° )	52	54	53	55	53.4
G-60	52	48	46	44	44	46.8
G-80	49	48	46	52	49	48.8
G-100	53	48	47	46	45	47.8
G-120	46	43	51	47	49	47.2
G-180	44	41	44	44	41	42.8
G-240	42	46	45	42	48	44.6
G-400	41	41	41	40	41	40.8

G-60

	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	平均
G-40	50° )	50	49	51	50	50.0
G-60	52	53	51	51	48	51.0
G-80	52	51	49	44	45	51.0
G-100	43	47	45	44	40	43.8
G-120	52	50	47	54	53	51.2
G-180	41	43	42	41	43	42.0
G-240	47	45	43	42	49	45.2
G-400	42	45	38	44	42	42.2

G-80

	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	平均
G-40	50° )	48	42	52	44	47.2
G-60	46	44	47	50	46	46.6
G-80	50	47	49	43	49	47.6
G-100	43	43	43	46	43	43.6
G-120	48	47	52	52	51	50.0
G-180	45	43	37	43	46	42.8
G-240	54	53	45	55	47	50.8
G-400	37	40	47	45	50	43.8

## G-100

	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	平均
G-40	50(° )	44	43	45	46	45.6
G-60	40	47	46	50	45	45.6
G-80	39	42	43	45	41	42.0
G-100	55	45	61	54	58	54.6
G-120	50	44	54	50	50	51.2
G-180	40	42	40	39	44	42.6.
G-240	50	51	50	46	45	48.4
G-400	45	44	42	49	50	46.0

## G-120

	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	平均
G-40	45(° )	48	47	47	40	45.4
G-60	42	38	45	40	40	40.0
G-80	46	48	40	40	39	42.6
G-100	43	47	50	48	52	48.0
G-120	49	52	51	52	53	51.4
G-180	41	43	40	47	44	43.0
G-240	51	51	52	52	53	51.8
G-400	46	48	43	42	40	45.4

## G-180

	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	平均
G-40	38(° )	41	37	36	36	37.6
G-60	40	41	39	49	41	42.2
G-80	37	46	40	41	42	41.2
G-100	35	39	37	36	39	37.2
G-120	38	43	43	49	40	42.6
G-180	34	39	34	39	38	36.8
G-240	46	43	46	48	47	46.0
G-400	40	36	38	40	44	39.6

G-240

	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	平均
G-40	39(° )	39	39	38	39	38.8
G-60	38	40	38	38	38	38.4
G-80	42	38	38	38	36	38.4
G-100	34	37	33	36	34	34.8
G-120	46	44	45	48	49	46.4
G-180	38	42	38	38	39	39.0
G-240	48	50	51	51	48	49.6
G-400	47	38	47	45	44	44.2

G-400

	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	平均
G-40	33(° )	33	32	36	37	34.2
G-60	35	35	38	38	38	36.8
G-80	35	35	39	37	37	36.6
G-100	33	34	35	38	41	36.2
G-120	40	43	44	42	42	42.2
G-180	32	36	37	38	34	35.4
G-240	35	39	39	47	40	40.0
G-400	46	40	45	42	42	43.0

## 実験II-2

エクセルのまま貼り付けたため多少見にくいかもしれない。



(銅)(30g)		8cm				16cm				24cm				32cm			
		1回目	2回目	3回目	4回目	平均	1回目	2回目	3回目	4回目	平均	1回目	2回目	3回目	4回目	平均	
(G-A0)		1.49	1.51	1.45	1.5	1.485	2.36	2.33	2.23	2.38	2.25	2.7	2.82	2.75	2.67	2.735	
60	1.23	1.16	1.49	1.44	1.33	2.09	2.03	2.31	2.35	2.195	2.61	2.59	2.82	2.75	2.625	3.1	
80	1.51	1.38	1.41	1.34	1.41	2.33	2.21	2.17	2.21	2.23	2.8	2.7	2.74	2.85	2.775	3.62	
100	1.12	1.28	1.46	1.13	1.245	1.97	2.05	1.89	2.03	1.97	2.38	2.49	2.54	2.52	2.625	2.8	
120	1.39	1.5	1.37	1.45	1.425	2.08	2.2	2.12	2.15	2.375	2.54	2.55	2.41	2.59	2.925	2.96	
140	1.7	1.62	1.71	1.6	1.6575	2.58	2.52	2.57	2.545	2.545	3.19	3.09	3.24	3.11	3.1575	3.72	
160	1.45	1.4	1.44	1.3	1.3975	2.22	2.22	2.25	2.14	2.2925	2.69	2.71	2.77	2.69	2.715	3.21	
180	1.3	1.23	1.46	1.42	1.3925	2.18	2.22	2.26	2.33	2.275	2.73	2.73	2.76	2.73	2.375	3.29	
200					#DVW0					#DVW0					#DVW0		
(銅)(60g)																#DVW0	
40	2.25	2.13	2.15	2.22	2.1875	3.76	3.62	3.5	3.98	3.715	4.53	4.37	4.47	4.15	4.38	5.23	
60	2.14	2.18	2.18	2.27	2.1925	3.5	3.45	3.48	3.74	3.5425	4.4	4.16	4.47	4.51	4.385	5.03	
80	2.12	2.4	2.1	2.36	2.245	3.58	3.82	3.57	3.91	3.72	4.61	4.26	4.67	4.57	4.5275	5.65	
100	2.13	2.25	1.89	2.04	2.075	3.58	3.62	3.43	3.45	3.52	4.42	4.37	4.27	4.19	4.3125	5.32	
120	1.83	1.57	1.97	1.67	1.76	3.38	3.34	3.32	3.26	3.325	4.21	4.1	4.18	4.06	4.1375	5.08	
140	2.11	2.06	2.41	2.42	2.25	3.69	3.75	3.91	3.91	3.815	4.55	4.55	4.8	4.7	4.65	5.52	
160	2.33	2.14	1.89	1.84	2.05	3.73	3.51	3.45	3.45	3.535	4.56	4.38	4.31	4.3	4.3875	5.4	
180	2.17	2.23	2.02	2.07	2.125	3.53	3.66	3.59	3.65	3.6075	4.43	4.66	4.52	4.53	4.535	5.35	
200					#DVW0					#DVW0					#DVW0		
(銅)(90g)																#DVW0	
40	2.36	2.31	2.39	2.27	2.3325	4.23	4.25	4.14	4.03	4.1625	5.1	5.18	4.79	5.1	5.0425	5.77	
60	2.45	2.52	2.41	2.41	2.4475	3.99	4.31	4.26	4	4.14	5.09	5.11	5.01	5.055	6.11		
80	2.59	2.42	2.5	1.99	2.375	4.53	4.21	4.12	3.94	4.2	5.17	5.3	5.49	5	5.24	6.22	
100	2.42	2.29	2.28	2.05	2.26	4.25	4.16	4.06	3.88	4.0875	5.28	5.05	5.15	4.98	5.115	5.98	
120	2.42	2.12	2.03	2.1	2.1675	4.17	4.08	3.91	3.98	4.035	5.11	4.98	4.75	4.84	4.92	6.14	
140	2.54	2.27	2.05	2.27	2.4325	4.06	4.02	4.34	4.56	4.245	5.01	5.05	5.36	5.35	5.925	6.34	
160	2.53	2.29	2.41	2.3	2.3825	4.31	4.08	4.23	4.1	4.18	4.8	5.01	5.25	5.07	5.035	6.11	
180	2.46	2.45	2.12	2.13	2.29	4.36	4.37	4.02	4.08	4.2075	5.28	5.21	4.92	4.92	5.085	6.21	
200					#DVW0					#DVW0					#DVW0		
																#DVW0	



